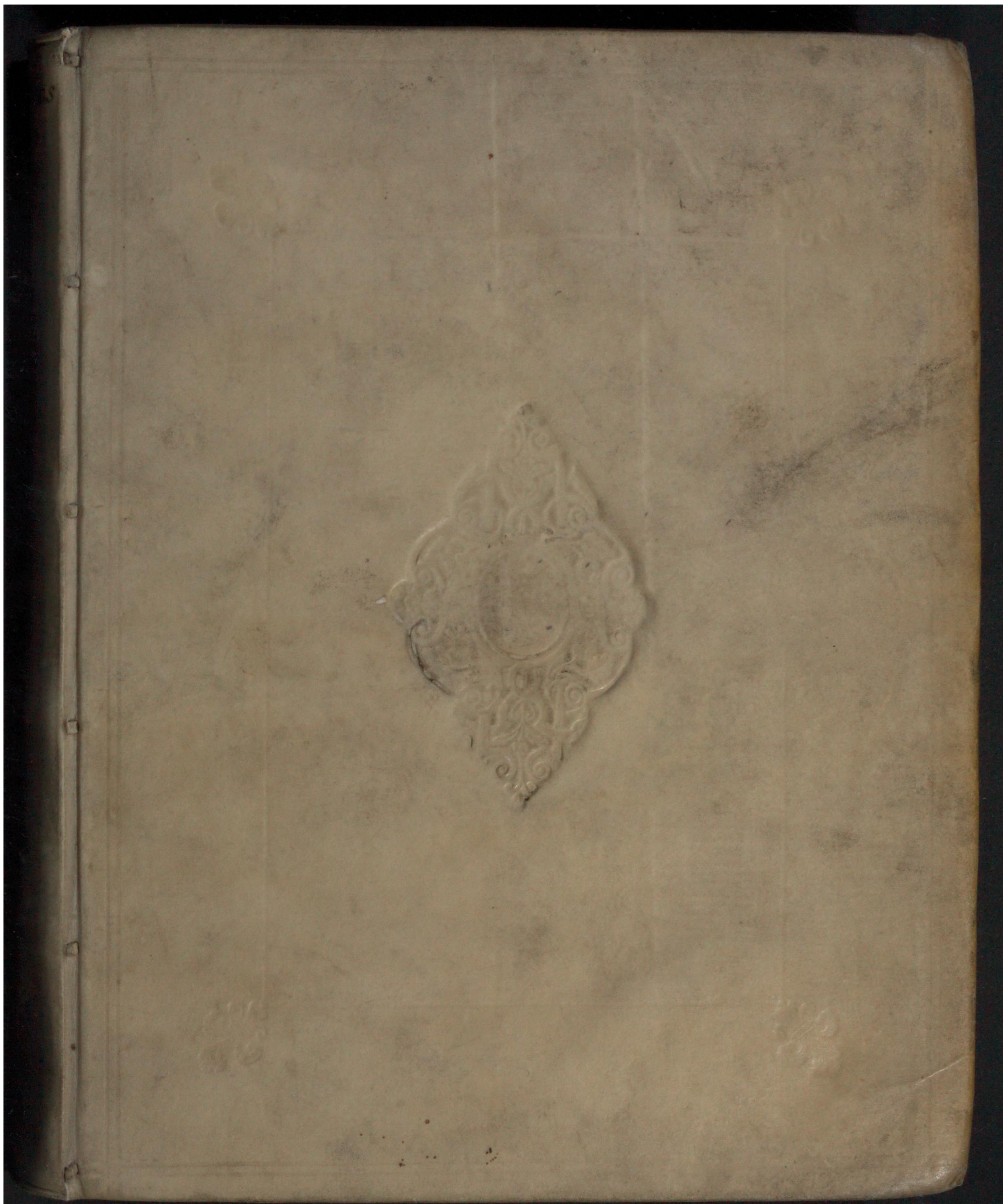
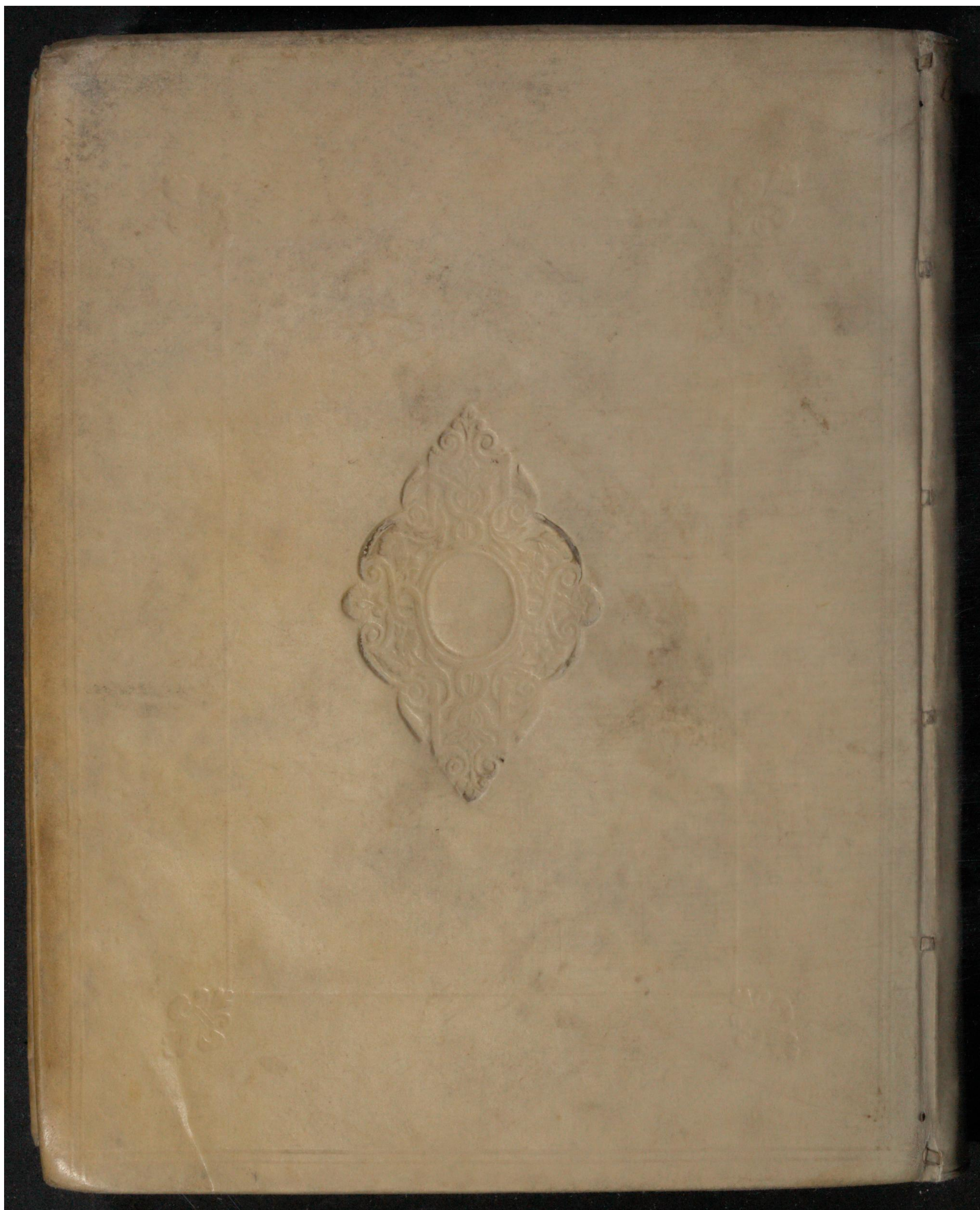


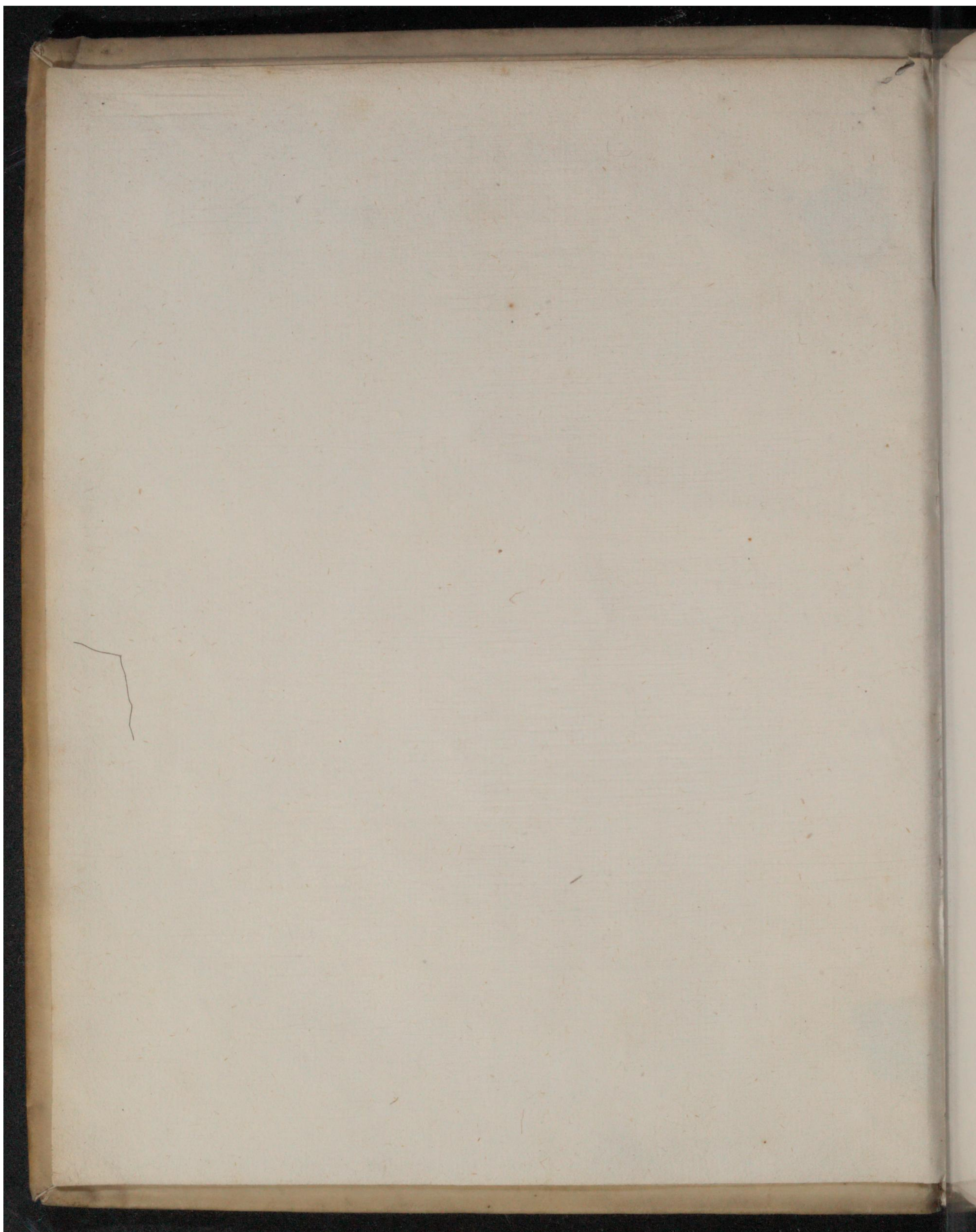

Kinkhuyzens
Wiskunstige
WERKEN.
455
J
58











Er is een 2e editie door P. Uytwerf
Amst. 1723 in het licht gebragt

GEOMETRIA
Ofte
MEET-KONST,

Beschreven

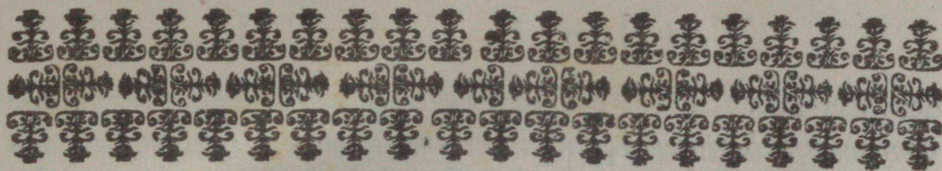
Tot dienst der ghene die haer in dese Konst zijn oeffenende.

Door

GERARD KINCKHUYSEN.

Tot HAERLEM,

By *Paßchier van Wesbusch*, Boeck-verkooper op de Marckt, in den beslaghen Bybel. ANNO 1663.



Tot den Leser.

GElijck yemandt die aen de wegh timmert, hem weynigh ſtoot aen 't oordeel van de Verbygangers, door dienmen een ſelve ding qualijck aen alle man te pas kan maken, ſo hebbe my mede niet willen bekommeren om iets aen den dach te brengen, dat van yder ghepreſen mocht worden, maer veel eer om ſoodanighe Leerlinghen, al zijn't maer weynighe, dienſt te doen, die deſe Beſchrijvinge komen te gebruycken. Hadde gehoopt eer ick dit Werck by der handt nam, datter in de Nederduytſche tale wat beters, door iemandt anders ſoude uytghekomen hebben, die meerder tijdt daer in beſteden kon, maer my is tot noch toe weynigh ter handt ghekomen, 't welck jammer is, alſoo door die middel de Konſt te volmaeckter ſoude worden; doch dat niet gheſchiedt en is, mach noch gheſchieden, dat den tijdt moet leeren. Het is vreemt datter tot deſe Konſt ſoo weynigh Liefhebbers zijn, door dien het een van de beſte wetenſchappen is om 't verſtandt te ſcherpen, en tot een goedt oordeel bequaem te maecken, maer het ſchijnt dat wijsheydt te minder geacht wordt, om datter arbeydt aen vaſt is om die te bekomen, en weynigh geldt mede gewonnen wordt, alſmen die verkregen heeft: want men ſiet dat meeſtendeel die de hedendaeghſche Geleertheydt oeffenen, daer meeſt op ſien, om metter tijdt van deſelve een Ambacht te maecken. Hebbe dan, om den arbeydt tot deſe Konſt te lichter te doen ſchijnen, het Werck ſoo kort genomen als 't my moghelijck was, en meyne evenwel datter genoegh geſchreven is, ſo men hem hier nevens dient van de Grondt

der

Tot den LESER.

der Meet-konst, *die ick voor desen uyt gegheven hebbe, vermidts de voornaemste beginselen, daer in vertoont worden, ghelijck daer den rechtlinischen Drie-hoeck uyt den Keghel ghesneden wordt, worden vertoont de voornaemste eyghenschappen van de rechte linien, daer het rondt uyt den Keghel gesneden wordt, worden vertoont de voornaemste eygenschappen van't rondt, en soo voorts met d'andere Kegel-sneeden. wanneer dese t'samen gaen, dunckt my dat ick de wegh toon, om tot de ontbindingh te komen van swaere Werck-stucken, sooder aen den Leerlingh gheen oeffeningh onthreeckt; daer ick iets mochte verby gegaen hebben, ghelijck de quadratura van vlackten die met kromme linien beslooten zijn, en verscheyde andere dingen meer, dat konnense by andere Schrijvers op-soecken, en gheven Godt (den oorspronck van alles dat iets behelst, dat is van alles goeds) van alles de Eere.*



GEOMETRIA,
Ofte
MEET-KONST.

DE Meet-konſt heeft een groote over-een-kominghe, met de Reecken-konſt, vermidts men met linien kan wercken of 't getallen waeren, en gelijck de *Algebra* dienſtigh is tot 'et ontbinden van Queſtien, en tot het vinden van Regels, die tot de Reken-konſt behooren, ſoo is deſelve alſo dienſtigh tot 'et ontbinden van Meetkonſtighe werck-ſtucken, want ſoo men in't begin letters geſteldt heeft, ſo wel voor de bekende als onbekende Linien, en door ontbindinge het begeerde in letters gevonden hebbende, ſoo kan daer door, het werck-ſtuck door linien op-gheloſt worden, ghelijck men in 't volghende ſien kan: ſoo dat de ghene die de Meet-konſt grondigh ſoecken te verſtaen, haer eerſt tot de *Algebra* moeten begheven, en ſo veel deſe Meet-konſt aengaet, die verdeelen wy in vier Deelen, het eerſte ſal zijn, hoe men met Linien wercken moet, het tweede, hoe dat die bewerckingh tot de ontbindinge der werck-ſtucken toe-gepaſt wordt, het derde, van 't vinden der grootſte en kleynſte, en het vierde, hoe de werck-ſtucken ontbonden worden, daer een dingh te weynigh bekendt is, in welcke dinghen, meynen wy, dat het voornaemſte van de Meet-konſt beſtaet,

HET EERSTE DEEL,

Van de bewerckingh der Linien.

IN de bewerckinge der Linien, vallen ons voor, rechte linien, die ſimpele ghetallen, en rechte linien die wortel-ghetallen beteeckenen, welck onderſcheydt wy hier beſchrijven ſullen, midtſgaders, hoe men de vierkants-verghelijckinghen, door Linien kan ontbinden, verder als de vergelijckinghen van twee Dimenſien is ons voornemen niet te gaen, overmidts die genoegh beſchreven worden in de Geometrie van *Deſcartes*, waer toe de Leerlinghen, voor wien alleen dit Werck beſchreven is, geweſen worden.

Van de rechte Linien, die door ſimpele quantiteyten uytghedruckt worden.

IN 't ontbinden van Meetkonſtighe werck-ſtucken, ſteldt men, eer men begint te wercken, voor yder bekende rechte Linie, veeltijdts een van de eerſte Letteren des *a b c*, en voor de onbekende rechte Linien, een van de leſte, als *z y* of *x*, en ſoo voorts, ende men brenght dan de queſtie tot een vergelijckinghe volgens de wijſe, die in de *Algebra* ghebruyckelijck is, waer door dan de onbekende waerdens gevonden worden.

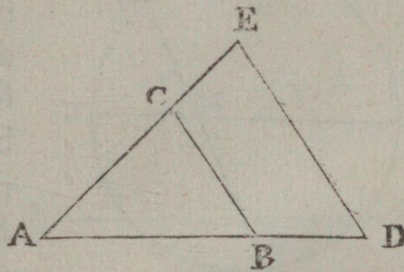
Deſe gevonden waerdens van de onbekende quantiteyten, zijnde rechte linien, die worden dan door een of door verſcheyde letteren uyt-ghedruckt, ghelijck wanneer *x* is ∞ *b*, dan is de waerde van

van x de linie die met b beteeckent wordt, maer wanneer x is ∞ $b + c$, dan is de weerde van x, ſo veel als de twee Linien b en c t'ſamen aen een ghevoeght. En wanneerder komt x ∞ $b - c$, dan moet men de linie c van de linie b af-ſnijden, datter over blijft is de weerde van x.

Maer wanneer x is ∞ een breuck, als by voorbeeldt x ∞ $\frac{bc}{d}$, dan moet deſe breuck, om die door linien op te loſſen, wederom tot de proportie ghebracht worden, op de volgende wijſe, neemt altijdts van de vier Proportionalen voor den rechthoeck op de binnenſte den teller van de breuck, en gheeft den noemer d'eerſte plaets, dat is, ſteldt als de linie d, tot de linie b, alſo de linie c, tot de begheerde linie $\frac{bc}{d}$ ∞ x, ofte als d, tot c, alſo b, tot x.

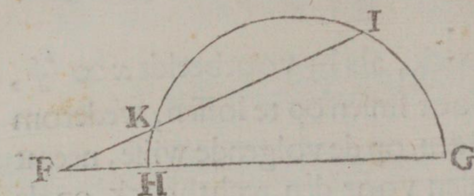
Dat door Linien op veelderley wijſen kan bewerckt worden, van welck d'een in 't werck-ſtuck dickmaels beter ſchickt dan d'ander, volgen hier driederley.

D'eerſte wijs is duſdanigh, treckt een Linie, ſteldt in de ſelve A B, ∞ de linie d, en A D, ∞ de linie b, dan treckt uyt het punt A een andere linie als A E (die met de linie A D een hoeck maeckt) en ſteldt in de ſelve A C ∞ de linie c, voorts getrocken door de punten B en C, de linie B C, en evenwijdigh met deſelve, de linie D E, die ſnijdt de linie A E in 't punt E, ſo is A E de begheerde linie ∞ $\frac{bc}{d}$ of ∞ x. Want de driehoecken A C B en A E D zijn malkander ghelijckformigh: daerom als A B ∞ d, tot A D ∞ b, alſoo A C ∞ c, tot A E ∞ x.

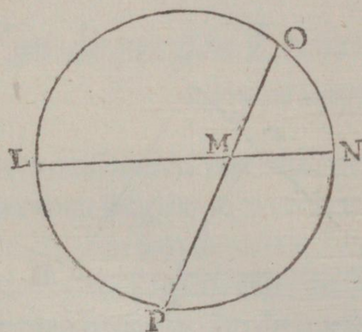


De tweede wijſe die wy beſchrijven, is alſoo, treckt de twee Linien

Linien, die in de teller van de breuck ſtaen, van malkander, dat is, ſteldt F G ∞ *b*, en F H ∞ *c*, op 't verſchil H G, ſtelt een half ront, en maeckt in de ſelve F I ∞ *d*, ſoo is F K ∞ de begeerde $\frac{bc}{d}$ of ∞ *x*, want de rechthoecken G F, F H en I F, F K zijn malkander gelijck, daerom als F I ∞ *d*, tot F G ∞ *b*, alſoo F H ∞ *c*, tot F K ∞ *x*. Hier moet men bemercken, dat *d* grooter moet ſijn dan *c*, en kleynder dan *b*. Wanneer de linie F I het half rondt aenraeckt, dan is F I, middel-proportionael tuſſchen G F, F H, 't welck dienſtigh is, om tuſſchen twee linien een middel-proportionael te vinden.



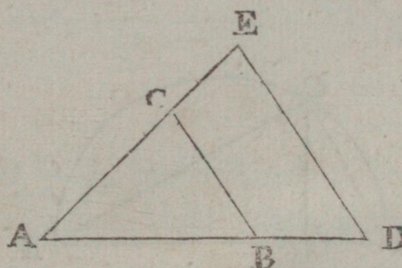
Volght de derde wijſe: voeght de twee linien, die in de teller van de breuck ſtaen aen malkander, dat is, ſtelt L M ∞ *b* en M N ∞ *c*, dan treckt op L N als middel-lijn een rondt, maeckt in de ſelve M P ∞ *d*, ſoo is M O ∞ de begheerde $\frac{bc}{d}$ of ∞ *x*. Want de rechthoecken L M, M N en P M, M O ſijn malkander gelijck, daerom als M P ∞ *d*, tot L M ∞ *b*, alſoo M N ∞ *c*, tot M O ∞ *x*.



Hier moet bemerckt worden dat *d* grooter moet zijn dan *c*, en kleynder dan *b*. Wanneer de linien L N en O P malkander rechthoeckigh door-ſnijden, dan is M O middel-proportionael tuſſchen LM en M N, 't welck dienſtigh is, om tuſſchen twee linien een middel-proportionael te vinden.

Soo 't ghebeurt dat x is ∞ $b\,c$, soo staet hier te letten, dat x een linie is, en $b\,c$ twee linien die met malkander gemultipliceert zijn, en volghens dien, die een vlackte of rechthoeck, dat is twee Dimensien uyt-maken, daer het nochtans een rechte linie moet zijn, soo wel als x, want anders warense malkanderen niet ghelijck, so dat men hem hier moet in-beelden dat $b\,c$ door een andere linie, die de uniteyt beteeckent, ghedivideert wordt, en dat x is ∞ $\frac{b\,c}{1}$, op de selve wijse is 't mede te verstaen van meerder Letteren: Want soo x waer ∞ $b\,c\,d$, dan beeldt men hem in, dat dese $b\,c\,d$ ghedivideert is door twee andere linien, die yder de uniteyt doen, en also met anderen.

Om nu de weerde van x uyt te drucken, wanneer x is ∞ $\frac{b\,c}{1}$, soo brenght men de breuck tot de proportie, en men steldt als 1 tot b, also c tot x, 't welck door linien, als de voorgaende gedaen kan worden, waer van d'eerste wijse volght. Treckt een linie en stelt in deselve A B ∞ d'eenheydt, en A D ∞ de linie b, dan treckt uyt het punt A, een linie als A E (buyten de linie A D) steldt in de selve A C ∞ c, voorts door de punten B en C getrocken de linie B C, en D E evenwijdigh met de selve, die snijdt A E in 't punt E, so is A E de begheerde linie ∞ x. Want A B ∞ 1, is tot A D ∞ b, als A C ∞ c, tot A E ∞ x.



Soo 't ghebeurde dat x was ∞ $\frac{b}{c}$, soo moet men bemercken dat x een dimensie heeft, en $\frac{b}{c}$ gheen, maer om datse malkanderen ghelijck zijn, so moet men hem in-beelden, dat b met een ander linie ghemultipliceert is, die de eenheydt doet, en dan door c

 ghedi-

ghedivideert is, ſodanigh dat x is $\infty \frac{b1}{c}$, dat is, de breuck tot de proportie ghebracht zijnde, als c tot 1, alſo b tot x, door linien wordt deſe waerde van x, ghevonden als de voorgaende, ſtellende AD $\infty\, c$, AB ∞ 1, en AE $\infty\, b$, dan ghetrocken DE, en evenwijdigh met deſelve BC, ſoo is AC $\infty\, x$. Want AD $\infty\, c$, is tot AB ∞ 1, als AE $\infty\, b$, tot AC $\infty\, x$.

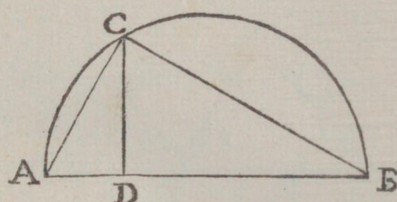
Uyt alle dit voorſchreven, kan ghenoegh af-ghenomen worden, wanneerder een breuck voor-valt, hoemen die door linien op-loſſen moet, volgen hier noch tot overvloedt eenige breucken die tot de proportie ghebracht zijn.

zijnde $x \infty \frac{cd}{a+b}$, ſoo is $a+b$, tot c, als d tot $\frac{cd}{a+b}$ of x.

So men heeft $x \infty \frac{bc+cd}{a}$, dan is a tot $b+d$, als c tot x, ofte als a, tot c, alſo $b+d$, tot x.

Sooder is $x \infty \frac{bb}{b-c}$, dan is $b-c$, tot b, als b tot x.

Weſende $x \infty \frac{bb-cc}{d}$, ſo is d, tot $b+c$, als $b-c$ tot x, of als d, tot $b-c$, alſo $b+c$, tot x.



Wanneer men heeft $\frac{bb-aa}{b} \infty\, x$, dat is $b - \frac{aa}{b} \infty\, x$, ſoo maeckt AB $\infty\, b$, beſchrijft daer op een half ront, en treckt AC $\infty\, a$, laet uyt C vallen op AB de rechthoeckige CD, ſo is DB $\infty\, b - \frac{aa}{b}$ of x. Want AB is tot AC, als AC tot AD.

Sooder voor valt $z \infty \frac{\frac{1}{2}rq+ry}{q}$, dan is q, tot r, als $\frac{1}{2}q+y$, tot z, of als q tot $\frac{1}{2}q+y$, alſo r tot z.

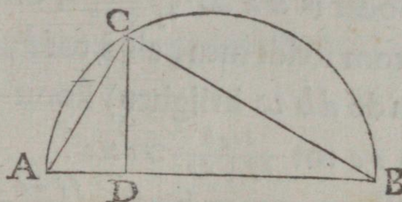
Sooder is $\frac{efg}{bf+dh} \infty\, y$, om dat hier onder en boven f komt

ſteldt

ſteldt men eerſt als f tot d, alſo h tot $\frac{dh}{f}$, hier by ghedaen (om de bf te krijghen) b, komt $\frac{dh+bf}{f}$, dan als $\frac{dh+bf}{f}$ tot g, alſo e tot $\frac{efg}{dh+bf} \infty y$.

Van de rechte Linien die door Wortel-getal-len uyt-ghedruckt worden.

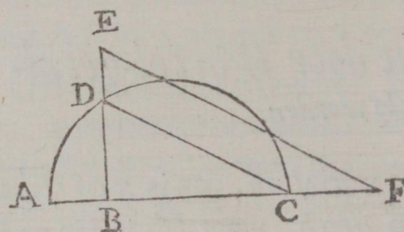
SOo men heeft $xx \infty ab$, dat is $x \infty \sqrt{ab}$, dan is x of $\sqrt{ab}$, middel-proportionael tuſſchen a en b, want $\frac{xx}{a}$ is dan ∞b, dat is als a tot x, alſo x tot b, 't welck door Linien gheſchiedt als volght, voegh A D ∞a, en D B ∞b, aen malkander, en beſchrijſt op A B een half rondt, op 't punt D ſteldt een rechthoeckige als C D, die ſnijdt het half rondt in C, ſo is C D de begeerde x of $\sqrt{ab}$, Anders, ſteldt A B ∞a, en beſchrijſt daer op een halff rondt, dan ſtelt A D ∞b, en op 't punt D, een rechthoeckige als C D, die ſnijdt het half rondt in C, ſoo is A C, de begheerde $\sqrt{ab}$, maer in deſe leſte wijs, moet a meer zijn dan b.



Maer ſooder waer $xx \infty b$, dat is $x \infty \sqrt{b}$, om dat xx twee Dimenſien heeft, en b maer een, ſoo moet men hem in-beelden, dat b met een ander linie die de eenheydt doet ghemultipliceert is, en dat xx is $\infty b1$, dan ſal x of $\sqrt{b}$, het middel-proportionael zijn tuſſchen d'eenheydt en b.

Wanneer men heeft $x \infty \sqrt{\frac{abb}{c}}$, of $xx \infty \frac{abb}{c}$, ſoo is c tot a,

als bb tot xx, 't welck door linien op verscheyde wijsen kan volbracht worden, van welcke hier een wegh volght: Steldt AB ∞ c, BC ∞ a, en uyt B, treckt de recht-hoeckighe BE ∞ b, dan beschrijft op AC een half rondt, voorts getrocken DC, en evenwijdigh met de selve EF, die snijdt de verlenghde AC in F, so is't vierkant op BF ∞ xx, en BF ∞ $\sqrt{\frac{abb}{c}}$. Want AB, is tot BC, als 't vierkant op DB, tot 'et vierkant op BC.



Soder is xx ∞ $\frac{eegh}{bf+dh}$, om dat hier onder en boven h komt, daerom steldt men, als h tot b, also f tot $\frac{bf}{h}$, hier by ghedaen d (om de dh te krijghen) komt $\frac{bf+dh}{h}$, nu als $\frac{bf+dh}{h}$ tot g, alsoo ee tot $\frac{eegh}{bf+dh}$ ∞ xx.

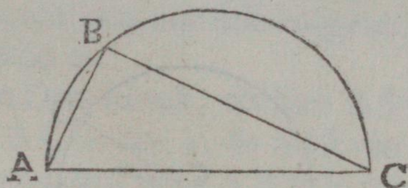
Wanneer men heeft $\frac{ffdd}{bb-dd}$ ∞ xx, soo is $\sqrt{bb-dd}$, tot $\sqrt{ff}$, als $\sqrt{dd}$ tot $\sqrt{\frac{ffdd}{bb-dd}}$ ∞ x, so is $\frac{ffdd}{bb-dd}$ ∞ xx.

Dit sal ghenoegh zijn om breucken tot de proportie te brenghen, sal wijders alleen vertoonen, hoe men noch eenighe Linien beschrijft, die wortel-getallen beteeckenen.

Soo men heeft $\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$, dan is het vierkant op dese linie, ghelijck de twee vierkanten op $\frac{1}{2}a$, en op b t' saemen, daerom maeckt een rechthoeckigen driehoeck, waer van de rechthoeckzijden doen $\frac{1}{2}a$, en b, de scheuynsche sal dan doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$.

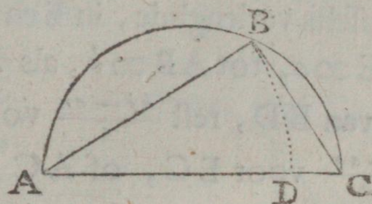
Soo men heeft $\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$, dan is het vierkant van dese Linie ghelijck de differentie van de twee vierkanten op $\frac{1}{2}a$, en op b,

Daerom maeckt men een rechthoeckighen drie-hoeck, waer van de scheuynsche doet $\frac{1}{2}a$, en d'een rechthoeck-zijde $\infty\, b$, soo sal d'ander rechthoeck-zijde doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, 't welck gheschiedt als volght: Laet AC doen $\frac{1}{2}a$, steldt daer op een halff rondt, en in de selve maeckt AB $\infty\, b$, soo sal BC doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$. Hier moet men bemercken, dan $\frac{1}{2}a$ meer moet zijn dan b.



Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen $\frac{1}{2}a + b$, en $\frac{1}{2}a - b$, so heeftmen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

Soo men heeft $\sqrt{bb + ab}$, dan maeckt een rechthoeckighen drie-hoeck, als hier nevens ABC, waer van de scheuynsche AC doet $\frac{1}{2}a + b$, (te weten AD $\infty\, \frac{1}{2}a$, en DC $\infty\, b$) en d'eene rechthoeck-zijde AB $\infty\, \frac{1}{2}a$, soo sal d'ander rechthoeck-zijde BC doen $\sqrt{bb + ab}$, dese $\frac{1}{2}a$, wordt aldus ghevonden, divideert de helft van ab, door den wortel van bb, soo verkrijght men $\frac{1}{2}a$.

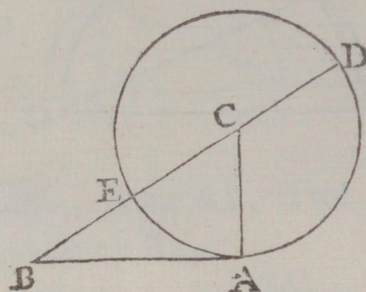


Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen $b + a$ en b, so komter $\sqrt{bb + ab}$.

Wanneer men heeft $\sqrt{bb - ab}$, so steldt AC $\infty\, b - \frac{1}{2}a$, en BC $\infty\, \frac{1}{2}a$, so is AB $\infty\, \sqrt{bb - ab}$.

Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen b en $b-a$, soo openbaert er $\sqrt{bb-ab}$.

Hier mede sal 't ghenoegh zijn van de Linien die wortel-ghetallen beteeckenen, maer 't valt somtijdts voor wanneer men een werck-stuck wil voorstellen, om door ghetallen te ontbinden, dat men dan de wortel-ghetallen so veel schouwt, als 't moghelijck is, 't welck gheschieden kan met recht-hoeckighe drie-hoecken te vinden die rationale zijden hebben. Soodanige drie-hoecken worden ghevonden als volgt: Zijnde den rechthoeckighen drie-hoeck ABC, laet op de rechthoeck-zijde AC als half-middellijn, om 't middel-punt C, beschreven worden een rondt, snijdende BC, en desselfs verlenghde, in E en D, steldt BE ∞ a, en AB ∞ b, so is BE ∞ a, tot AB ∞ b, als AB ∞ b, tot BD ∞ $\frac{bb}{a}$, treckt BE van BD, rest $\frac{bb-aa}{a}$ voor DE, hier van de helft komt $\frac{bb-aa}{2a}$ voor EC, of AC, dit gheaddeert tot BE, komt $\frac{bb+aa}{2a}$ voor BC, so zijn de zijden AB ∞ b, AC ∞ $\frac{bb-aa}{2a}$, en BC ∞ $\frac{bb+aa}{2a}$, of alles ghemultipliceert met $2a$, soo heeft men AB ∞ $2ab$, AC ∞ $bb-aa$, en BC ∞ $bb+aa$, soo men dan voor a en voor b, eenigh ghetal steldt, men heeft het begheerde.



Hoe men de Vergelijckinghen van twee Dimensien door Linien op-lost.

DE Vergelijckinghen van twee Dimensien konnen op veelderley wijsen door Linien ontbonden worden, maer die my tot 't gebruyck de bequaemste schijnen, zijn dese volgende:

Soo men heeft $xx - ax - bb \propto 0$.

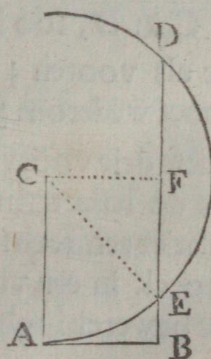
Dan maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck, als hier A B C, waer van d'een rechthoeck-zijde A C is $\propto \frac{1}{2}a$, de helft van de bekende quantiteyt des tweeden terms, en d'ander A B $\propto b$, zijnde den vierkant-wortel van bb, beschrijft op den half-middellijn C A een rondt, die snijdt de verlenghde B C in D, so is B D de begeerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} + \frac{1}{2}a$. Besiet de naestvoorgaende figuer.

Wanneer men heeft $xx + ax - bb \propto 0$.

dan maeck ick wederom de selfde driehoeck, en op den halfmiddellijn C A een rondt beschreven, snijdende B C in E, soo is B E de begheerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} - \frac{1}{2}a$.

Sooder voor valt $xx - ax + bb \propto 0$.

Dan steldt als vooren A C $\propto \frac{1}{2}a$, A B $\propto b$, en in de plaets van B C treck ick B D evenwijdigh met A C, het rondt dat op den half-middellijn A C beschreven wordt, snijdt de linie B D in de punten D en E, so is B D of B E de begheerde weerde van x. Want in dit voorval heeftmen twee wortels, doende $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, en $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.



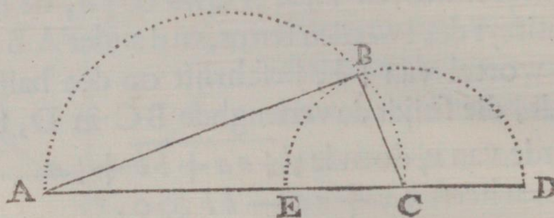
Want het vierkant op C F zijnde bb ghetrocken van 't vierkant op C E $\propto$ C A, rest voor 't vier-

kant

kant op FE of FD, $\frac{1}{4}aa - bb$, diens wortel ghetrocken van BF ∞ $\frac{1}{2}a$, reſt BE ∞ $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, en FD gheaddeert tot FB komt BD ∞ $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

Hier moet men bemercken dat $\frac{1}{2}a$ grooter moet zijn dan b, alſoo het Werck-ſtuck, daer het toe dient, anders onmoghelijck is.

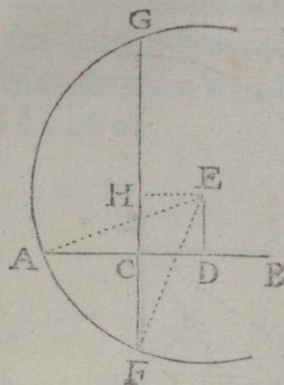
Dit voorval anders.



Maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de ſcheuynſche AC is ∞ $\frac{1}{2}a$, en d'een rechthoeck-zijde AB ∞ b, dan ſteldt d'ander rechthoeck-zijde BC van C in E, en van C in D, ſoo is AD of AE de begheerde weerde van x, doende als vooren $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$. Hier moet wederom $\frac{1}{2}a$ grooter zijn dan b.

In deſe drie voorvallen, die wy door Linien ontbonden hebben, is de leſte term bb een vierkant, maer het valt dickwils voor dat'et een rechthoeck is, en om ongehouden te weſen, dien rechthoeck in een vierkant te veranderen, ſoo beſiet deſe volghende bewerckinghen.

Laet'er zijn $xx - bx - cd$ ∞ 0.
Steldt AB ∞ c, en AC ∞ d, deſe differentie CB deelt in tween ghelijck



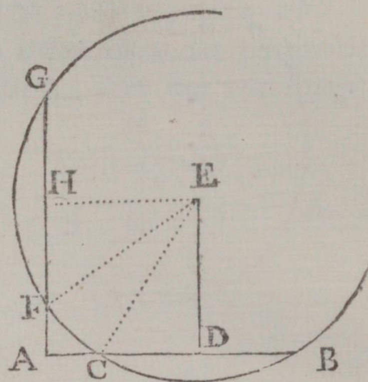
gelijck in D, maeckt daer op de rechthoeckighe D E $\infty \frac{1}{2} b$, dan treckt door B of C een linie als F G evenwijdigh met D E, voorts op den half-middel-lijn A E beschreven een rondt, die snijdt de linie F G, in de punten F en G, soo is F C de weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} - \frac{1}{2} b$.

Wanneer men heeft $xx + bx - cd \infty 0$.

So is de werckingh al de selfde, maer C G sal de weerde van x zijn, doende $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} + \frac{1}{2} b$.

Want B C is $\infty c - d$, soo is C D of H E $\infty \frac{1}{2} c - \frac{1}{2} d$, en A D doet dan $\frac{1}{2} c + \frac{1}{2} d$, addeert de vierkanten op A D en D E t'samen, komt voor 't vierkant op A E of E F, $\frac{1}{4} bb + \frac{1}{4} cc + \frac{1}{2} cd + \frac{1}{4} dd$. Hier van treckt het vierkant op H E zijnde $\frac{1}{4} cc - \frac{1}{2} cd + \frac{1}{4} dd$, rest voor 't vierkant op H F of H G, $\frac{1}{4} bb + cd$, soo doet H F $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd}$, hier van ghetrocken H C $\infty \frac{1}{2} b$, rest C F $\infty \sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} - \frac{1}{2} b$, of hier by gheaddeert $\frac{1}{2} b$, komt C G $\infty \sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} + \frac{1}{2} b$.

Sooder is $xx - bx + cd \infty 0$.



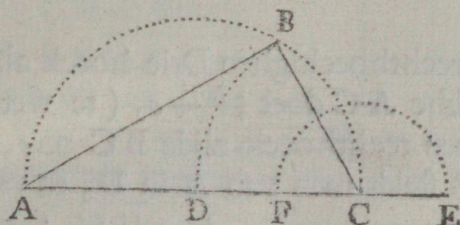
Steldt AB ∞c, en AC ∞d, soo is CB de differentie, deelt deselve in tween ghelijck in D, maeckt daer op de rechthoeckighe DE $\infty \frac{1}{2}b$, en evenwijdigh met de selve uyt A ghetrocken de Linie AG, dan om 't middel-punt E, op den half-middel-lijn CE beschreven een rondt, die snijdt de linie AG in de punten F en G, soo is AG of AF de weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, en $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$.

Want BC doet $c - d$, soo is CD $\infty \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}d$, en AD of HE $\infty \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d$, addeert het vierkant op CD, tot 'et vierkant op DE, komt voor 't vierkant op CE of FE, $\frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}cc - \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$, hier van ghetrocken het vierkant op AD of HE, zijnde $\frac{1}{4}cc + \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$, rest voor 't vierkant op FH of HG, $\frac{1}{4}bb - cd$, soo is FH of HG $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, dit gheaddeert tot AH $\infty \frac{1}{2}b$, komt AG $\infty \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, of ghetrocken van AH $\infty \frac{1}{2}b$, rest AF $\infty \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$.

Hier moet AD minder wesen dan DE, dat is $\sqrt{cd}$ moet minder zijn dan $\frac{1}{2}b$.

Soo 't in de Verghelijckinghen van twee Dimensien ghebeurt dat de bekende quantiteyt des tweeden terms, is ghelijck een zijde des rechthoeckx des lesten terms, soo konnen die bequaem op de volghende wijsen ontbonden worden.

Zijnde $xx - bx - bc \propto o$.



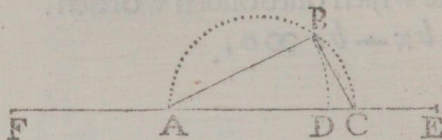
Maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de scheuynsche AC doet $\frac{1}{2}b + c$, (dat is AF $\propto c$, en FC $\propto \frac{1}{2}b$) en d'een rechthoeck-zijde AB $\propto c$, d'ander rechthoeck-zijde BC steldt van C in D, en maeckt CE $\propto \frac{1}{2}b$, so is DE de begeerde weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$.

Want van 't vierkant AC zijnde $\frac{1}{4}bb + bc + cc$, ghetrocken het vierkant AB zijnde cc, rest het vierkant BC of DC $\propto \frac{1}{4}bb + bc$, soo is DC $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$, hier by ghedaen CE $\propto \frac{1}{2}b$, komt DE $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} + \frac{1}{2}b$.

Soo men heeft $xx + bx - bc \propto o$.

Dan maeckt men den selven Drie-hoeck, maer van DC, wordt FC $\propto \frac{1}{2}b$, afgetrocken, de rest DF is de begeerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} - \frac{1}{2}b$.

Wanneer men heeft $xx - bx + bc \infty 0$.



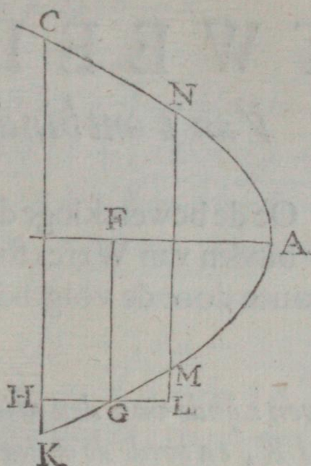
Soo maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als A B C, waer van de ſcheuynſche A C doet $\frac{1}{2}b - c$, (te weten A E $\infty \frac{1}{2}b$, C E ∞c) en d'een rechthoeck-zijde B C ∞c, d'ander rechthoeck-zijde A B ſteldt men van A in D, en van A in F, ſoo is F E of D E de weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, of $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$.

Want van 't vierkant A C zijnde $\frac{1}{4}bb - bc + cc$, ghetrocken het vierkant op B C zijnde cc, reſt het vierkant op A B, of A D, of F A $\infty \frac{1}{4}bb - bc$, ſo is F A of A D $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, by A E $\infty \frac{1}{2}b$, ghedaen F A, komt F E $\infty \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, en van A E $\infty \frac{1}{2}b$ genomen A D, reſt D E $\infty \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$. Hier moet c minder weſen als $\frac{1}{2}b$.

't Gheen wy nu beſchreven hebben, dunckt ons ghenoegh tot de ontbindinghe van alle Werck-ſtucken die niet verder gaen dan tot de Quadraet-cos, en hebbe tot het ghebruyck alleen het bequaemſte aen-gheteeckent van 't gheen my in de ſin ghekomen is. Want deſe Verghelijckinghen konnen door veel weghen ontbonden worden, ſoo wel door de andere Keghel-ſneden, als door een Rondt, maer die zijn tot 'et ghebruyck ſoo bequaem niet. Soo yemandt luſt heeft, om die door een Parabole te ontbinden, die volghe deſe nae-beſchreven wijſe.

Laeter

Laeter zijn $xx - px - q \infty 0$.
Beschrijft een Perabole, wiens rechte zijde doet $\frac{1}{2}p$, maeckt in deselve AF $\infty \frac{1}{2}p$, so sal de ordentlijcke FG mede zijn $\infty \frac{1}{2}p$, dan treckt evenwijdigh met AF, de Linie GH $\infty \frac{q}{\frac{1}{2}p}$, en evenwijdigh met FG ghetrocken de linie CK, dan is CH de weerde van x doende $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$.



Maer so men heeft $xx + px - q \infty 0$.
Dan is HK de weerde van x, doende $-\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$.

Voorts wanneer men heeft $xx - px + q \infty 0$, dan treckt men GL $\infty \frac{q}{\frac{1}{2}p}$ buyten den Parabole evenwijdig met AF, en ghetrocken evenwijdigh met FG de linie LN, soo is LN of LM de weerde van x, doende $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$, of $\frac{1}{2}p - \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$. Hier moet $\sqrt{q}$ minder zijn dan $\frac{1}{2}p$.

Soo men begheert dat de rechte zijde van de Parabole doet de eenheydt, dan steldt AF $\infty \frac{1}{4}pp$, FG $\infty \frac{1}{2}p$, en GH ∞q, soo mede GL.

Dit zy ghenoegh van 't ontbinden der Vierkant-vergelijckinghen, op wat wijse de Verghelijckinghen van drie en vier Dimensien door Linien ontbonden worden, kan men sien in de Geometrie van *Descartes* pag: 390. alwaer 't geschiedt door een Parabole en een Rondt, 't welck de lichtste wijse is, dieder bedacht kan worden, sullen 't derhalven daer by laeten.

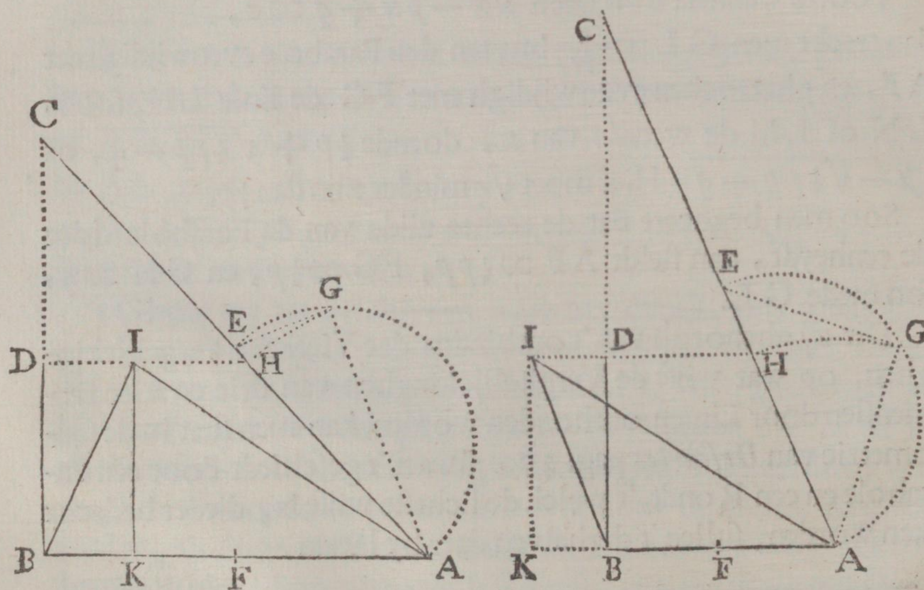
HET TWEEDE DEEL,

Van't ontbinden der Werckstucken.

Hoe de bewerckinge die men door Linien doet, tot het ontbinden van Werckstucken toe-ghepast wordt, sullen dat vertoonen door de volgende voorstellen.

I.

Gegeven zijnde van den driehoeck A I B, den basis A B, de hoogte I K, en beyde de opstaende zijden A I en I B t'samen, de selve opstaende zijden yder besonder te vinden.



Steldt

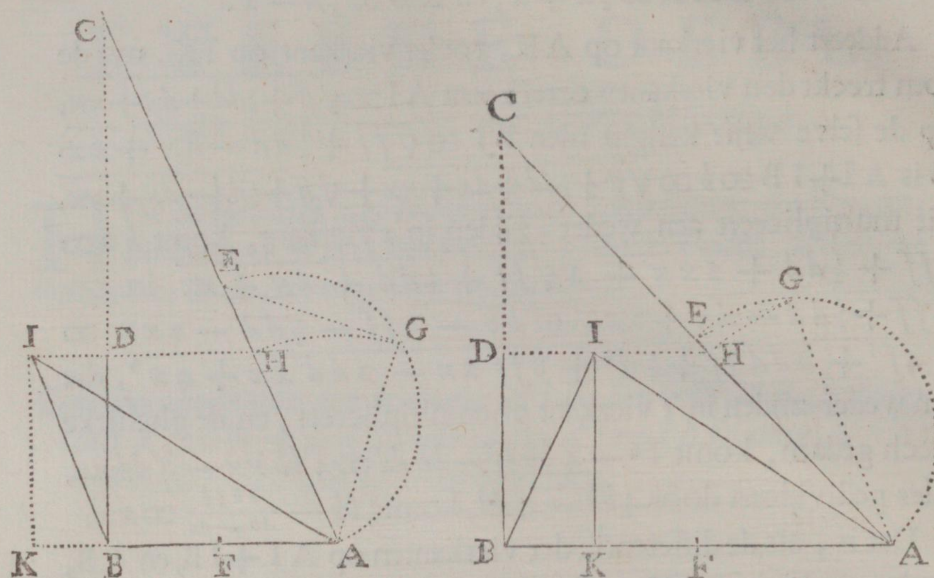
Steldt AI + IB ∞ b, AB ∞ d, ſoo is AF ∞ $\frac{1}{2}d$, IK ∞ f, KF ∞ x, ſoo is AK ∞ $\frac{1}{2}d + x$, en KB ∞ $\frac{1}{2}d - x$.

Addeert het vierkant op AK, tot 'et vierkant op IK, uyt de ſom treckt den vierkantwortel komt AI ∞ $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx}$, op de ſelve wijſe krijght men BI ∞ $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, ſo is AI+IB ∞ b ∞ $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx} + \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, dit multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant, komt bb ∞ $2ff + \frac{1}{2}dd + 2xx + 2\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx}$ in $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, of $bb - 2ff - \frac{1}{2}dd - 2xx$ ∞ $\sqrt{4f^4 + 2ddff + \frac{1}{4}d^4 + 8ffxx - 2ddxx + 4x^4}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech gedaen, komt $b^4 - 4bbff - bbdd$ ∞ $4bbxx - 4ddxx$, alles gedivideert door $4bb - 4dd$, komt $\frac{1}{4}bb - \frac{bbff}{bb - dd}$ ∞ xx.

Dat is, als de differentie der vierkanten op AI + IB, en AB, tot 'et vierkant op IK, alſoo 't vierkant op AI + IB, tot ſeker vierkant, 't welck ghetrocken van 't vierkant van de helft van AI + IB, reſt het vierkant op KF.

Dit wordt door Linien ontbonden als volgt, ſteldt op 't punt B, de rechthoeckighe BC, en uyt A beſchrijft de linie AC zijnde ghelijck de ghegheven ſomme van de op-ſtaende zijden, die ſnijdt de linie BC in C, voorts maeckt BD ghelijck de ghegheven IK, en treckt HD evenwijdigh met AB, die ſnijdt AC in H, deeldt nu de linien AB en AC yder in twee gelijcke deelen, in de punten E en F, op AE maeckt een half rondt, en ſtelt in 't ſelve AG ghelijck AH, dan ghenomen de ſpatie EG, en ghebracht van F in K, dan gheſteldt op 't punt K, den perpendiculaer KI, ten leſten ghetrocken de linien AI, en IB, ſo is den begeerden driehoeck AIB.

Want



Want BC $\infty \sqrt{bb - dd}$, is tot BD ∞f, als AC ∞b, tot $\sqrt{\frac{bb\ ff}{bb - dd}}$, voor AH ∞ AG, dit vierkant ghetrocken van't vierkant op AE $\infty \frac{1}{4} bb$, reſt voor't vierkant op EG ∞ FK, $\frac{1}{4} bb - \frac{bb\ ff}{bb - dd}$.

Soo yemandt luſt hadde, wanneer hy een Werck-ſtuck door Linien ontbonden heeft, om dat te bewijſen, naer de ſtijl van de oude Meet-konſtenaers, die beſiet het Boeck *Marini Ghetaldi, de reſol. & Comp. Mathematica*, en *F. a Schooten de Concinnandis Demonſtr.*

Dit

Dit kan door ghetallen ghevolght worden, laet A B zijn 40, de hooghte I K, 12, en beyde de opſtaende zijden t'ſamen 50.

Treckt het vierkant op A B, zijnde 1600, van 't vierkant op A C, zijnde 2500, uyt de reſt treckt den vierkant-wortel, komt 30 voor B C, dan ſpreeckt B C, gheeft A C 50, wat gheeft B D 12, komt voor A H 20, treckt het vierkant op A H of A G, zijnde 400, van 't vierkant op A E, zijnde 625, uyt de reſt zijnde 225 den vierkant-wortel komt 15 voor E G of K F, dit addeert tot de helft van A B zijnde 20, komt voor A K 35, ſoo doet B K 5, dan addeert het vierkant op A K, tot 'et vierkant op I K, uyt de ſom treckt den vierkant-wortel, komt A I 37, op de ſelve wijſe komt voor I B 13.

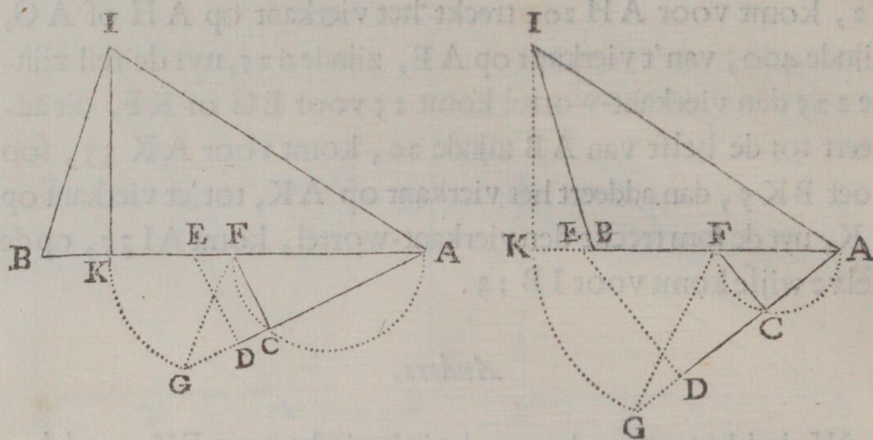
Anders.

Wy hebben gevonden xx dat is 't vierkant op F K $\infty \frac{1}{4} bb - \frac{bb\,ff}{bb - dd}$. b is ∞ 50, $d \infty$ 40, en $f \infty$ 12, deſe ghetallen in de plaets vande letters geſtelt, ſo heeftmen $xx \infty \frac{1}{4}, 50, 50, - \frac{50,50 \quad 12\;12}{50,50 - 40,40}$, dat is $xx \infty 625 - \frac{360000}{900}$, of $xx \infty 225$, ſo is x of K F ∞ 15.

Merckt, wanneerder van een Driehoeck ghegheven wordt de differentie der hanghendens Gronden, ſoo ghebruyckt men de Figuer, alwaer den driehoeck ſtomphoeckigh is, alſo 't ſelve is, of men ſeyde den baſis van een ſtomp-hoeckighen Driehoeck.

II.

Gegeven zijnde van den Driehoeck AIB, den basis AB, de hooghte IK, en de differentie van de opstaende zijden, deselve opstaende zijden yder besonder te vinden.



Steldt $AI - IB \propto b$, $AB \propto d$, soo is $AF \propto \frac{1}{2}d$, $IK \propto f$, $KF \propto x$, so is $AK \propto \frac{1}{2}d + x$, en $KB \propto \frac{1}{2}d - x$.

Hier gewerckt als in 't voorgaende Werckstuck, so verkrijght men wederom $b^4 - 4bbff - bbdd \propto 4bbxx - 4ddxx$.

Maer om dat d, grooter is dan b, 't welck hier noodtsakelijck wesen moet, so treckt de Vergelijckinge aen weder-zijden van o, soo heeft men $-b^4 + 4bbff + bbdd \propto -4bbxx + 4ddxx$, alles ghedivideert door $4dd - 4bb$, soo komter $xx \propto \frac{1}{4}bb + \frac{bbff}{dd - bb}$.

Dat is, als de differentie der vierkanten op AI — IB, en AB, tot 't et vierkant op IK, alsoo 't vierkant op AI — IB, tot seecker

ker vierkant 't welck gheaddeert tot het vierkant op de helft van AI — IB, komt het vierkant op KF.

Uyt dit ghevonden ſpruyt de volghende ontbindinghe door Linien; deeldt den ghegheven baſis AB, in tween ghelijck in 't punt F, maeckt op AF, het half rondt ACF, en ſteldt in de ſelve FC ghelijck de halve ghegheven differentie der opſtaende zijden, dan ghetrocken deur 't punt C, de linie AD, ghelijck de ghegeven hooghte IK, en DE evenwijdigh met FC, voorts maeckt CG ghelijck DE, en FK ghelijck FG, dan ſteldt op 't punt K den ghegheven perpendicul IK, ten leſten ghetrocken de linien AI, en IB, ſoo is AIB, den begeerden Driehoeck.

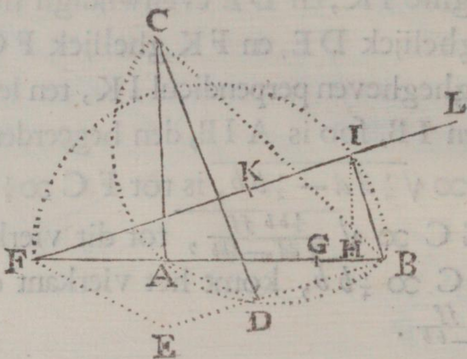
Want AC $\infty \sqrt{\tfrac{1}{4}dd - \tfrac{1}{4}bb}$, is tot FC $\infty \tfrac{1}{2}b$, als AD ∞f tot DE ∞ GC $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}bb\,ff}{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb}}$, tot dit vierkant addeert het vierkant op FC $\infty \tfrac{1}{4}bb$, komt het vierkant op GF ∞ KF $\infty \tfrac{1}{4}bb + \frac{bb\,ff}{dd - bb}$.

Wanneer dan AB doet 40, de hooghte IK 12, en de differentie van de opſtaende zijden 24, ſoo doet AF, 20. FC, 12. en AD, 12.

Treckt het vierkant op FC, van 't vierkant op AF, uyt de reſt den vierkant-wortel, komt 16 voor AC, dan als AC tot FC, alſoo AD, tot 9 voor DE, of CG, addeert de vierkanten op GC en FC t' ſaemen uyt de ſom den vierkant-wortel komt 15, voor GF, of KF, dit ghedaen tot AF 20, komt 35 voor AK, ſoo doet KB 5, de reſt als in 't voor-gaende Werck-ſtuck.

III.

Ghegheven zijnde in den rechthoeckighen Driehoeck FIB, recht-hoeckigh in I, de differentie der rechthoeck-zijden FI, en IB, als mede de differentie der hangendens gronden FH en HB.



Steldt FI — IB $\infty\, b$, FH — HB $\infty\, d$, FB $\infty\, x$, soo is FL $\infty\, \frac{dx}{b}$, Want den rechthoeck LFK, is gelijck den recht-hoeck BFG.

Treckt FK $\infty\, b$, van FL $\infty\, \frac{dx}{b}$, rest KL $\infty\, \frac{dx - bb}{b}$, hier van de helft, komt KI of IB $\infty\, \frac{dx - bb}{2b}$, diens vierkant zijnde $\frac{ddxx - 2dbbx + b^4}{4bb}$, ghetrocken van 't vierkant op FB $\infty\, xx$, rest het vierkant op FI $\infty\, \frac{4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4}{4bb}$. IK is ghevonden $\frac{dx - bb}{2b}$, hier by addeert FK $\infty\, b$, komt FI $\infty\, \frac{dx + bb}{2b}$, diens vierkant is $\frac{ddxx + 2bbdx + b^4}{4bb}$, 't selve is ghe-

is ghelijck het voor-ghevonden vierkant op F I. Soo hebben wy $4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4 \infty ddxx + 2bbdx + b^4$, treckt de Vergelijckinghe van malkander, rest $4bbxx - 2ddxx - 2b^4 \infty 0$, of $4bbxx - 2ddxx \infty 2b^4$, divideert alles door $2bb - dd$, komt $xx \infty \frac{b^4}{2bb - dd}$. Dit gebracht tot de proportie komt als $\sqrt{2bb - dd}$, tot b, alſo b, tot x.

Hier uyt komt de volghende Ontbindinghe door Linien voort, ſteldt A B, en A C rechthoeckigh op malkander, yder ghelijck de ghegheven F K, dan ghetrocken B C, en op deſelve als middel-lijn een half rondt, waer in maeckt C D, ghelijck de ghegheven F G, voorts deur de punten B en D, beſchrijft B E, ghelijck A B, dan A D, en evenwijdigh met deſelve E F, die ſnijdt de verlenghde A B in F, Nu beſchreven op F B als middel-lijn, het half rondt F I B, en van F B ghenomen de ghegheven F G, de reſt G B verdeeldt in tween ghelijck in H, dan ghetrocken de rechthoeckighe H I, die ſnijdt het half rondt in 't punt I, ten leſten treckt F I, en I B, ſoo is F I B den begheerden Driehoeck.

Want D B $\infty \sqrt{2bb - dd}$, is tot A B ∞b, als E B ∞b, tot F B ∞x.

IIII.

In den rechthoeckighen Driehoeck B A C, rechthoeckigh in A, is ghegheven de scheuynsche B C, en de differentie der rechthoeck-zijden B D, de selve zijden yder besonder te vinden.

Stelt B D $\infty\, b$, BC $\infty\, d$, en AE $\infty\, x$, so is AB $\infty\, x + \frac{1}{2}b$, en A C $\infty\, x - \frac{1}{2}b$.

Het vierkant op AB, gheaddeert tot 'et vierkant op A C, komt $2xx + \frac{1}{2}bb$ 't selve is $\infty\, dd$, so is $x \infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$.

Hier uyt heeft men de volghende ontbindinghe door Linien, steldt A F en F G rechthoeckigh op malkander, yder gelijck de helft van de gegeven scheuynsche, treckt A G, en op de selve als middel-lijn het half rondt A F G, daer in maeckt E G gelijck de helft van de gegeven B D, dan treckt deur 't punt E, de linie A B, en in de selve steldt B E, en D E, yder ghelijck E G, soo is A D d'een, en A B d'ander rechthoeck-zijde.

Want A F en F G is yder $\infty\, \frac{1}{2}d$, soo is A G $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, en E G $\infty\, \frac{1}{2}b$, soo is A E $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$.

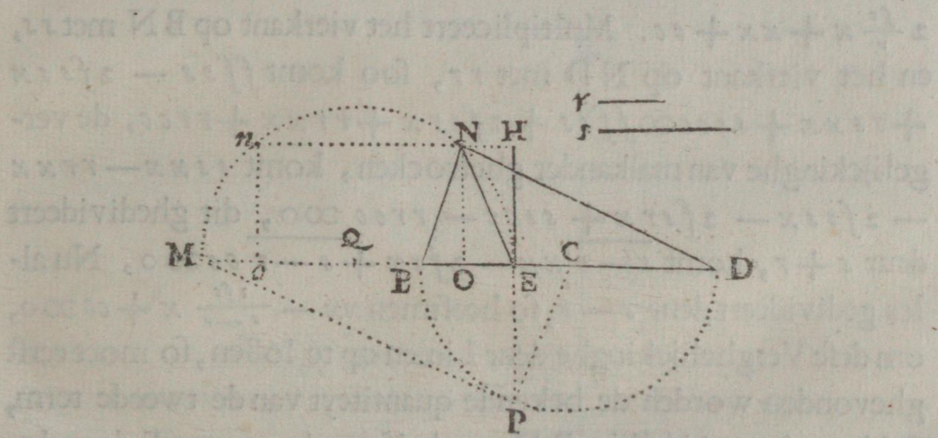
Wan-

Wanneer men ſteldt de ſomme der rechthoeck-zijden $\infty\, b$, de ſcheuynſche $\infty\, d$, en DE of EB $\infty\, x$, ſo komt de Vergelijckinge wederom $x \infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$, men maeckt als voren AF en FG $\infty\, \frac{1}{2}d$, ſoo is AG $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, en AE $\infty\, \frac{1}{2}b$, komt EG $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$, ſteldt DE ∞ EG, dan AC ∞ AD men heeft het begheerde.

V.

Ghegheven zijnde van den Driehoeck BND, den Baſis BD, de hooghte NO, en de reden der opſtaende zijden BN, en ND, te weten als r tot s, den Driehoeck te vinden.

Wy nemen den Driehoeck, als of hy bekent waer, en verdeelen den hoeck BND in tween ghelijck, door de linie NE, ſoo ſal BE mede zijn tot ED, als r tot s.



Steldt BE $\infty\, f$, ſoo is ED $\infty\, \frac{fs}{r}$, NO $\infty\, c$, en OE $\infty\, x$, ſoo is BO $\infty\, f - x$, en OD $\infty\, \frac{fs}{r} + x$.

Addeert

Addeert het vierkant op N O $\infty\, cc$, tot 'et vierkant op B O, als mede tot 'et vierkant op O D, komt het vierkant op B N ∞ $ff - 2fx + xx + cc$, en voor 't vierkant op N D, $\frac{ffss}{rr} + 2\frac{fs}{r}x + xx + cc$. Multipliceert het vierkant op B N met ss, en het vierkant op N D met rr, soo komt $ffss - 2fssx + ssxx + sscc \infty ffss + 2fsrx + rrxx + rrcc$, de vergelijckinghe van malkander ghetrocken, komt $ssxx - rrxx - 2fssx - 2fsrx + sscc - rrcc \infty o$, dit ghedivideert deur $s + r$, komt $\overline{s - r}\,xx - 2fsx + \overline{s - r}\,cc \infty o$, Nu alles gedivideert deur $s - r$, so heeftmen $xx - \frac{2fs}{s - r}x + cc \infty o$, om dese Verghelijckinghe deur Linien op te lossen, so moet eerst ghevonden worden de bekende quantiteyt van de tweede term, steldt op den middellijn B D een half rondt, en uyt E de rechthoeckighe E P, dan ghetrocken uyt 'et middel-punt de linie C P, en rechthoeckigh op de selve P M, die snijdt de verlenghde D B in M, soo is dan M E $\infty \frac{2fs}{s - r}$.

Want

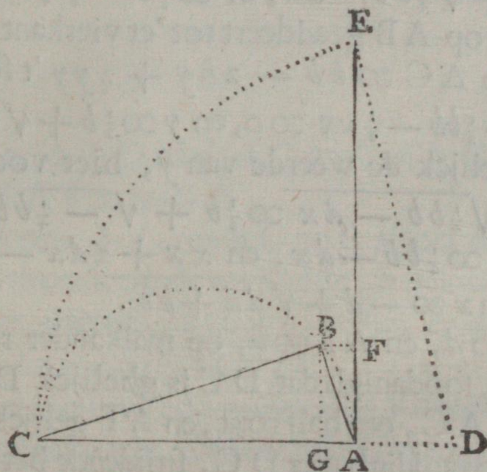
Want steldt dat B E doet r, dan is E D $\infty\, s$, E P $\infty \sqrt{rs}$, en E C $\infty\, \frac{1}{2} s - \frac{1}{2} r$, nu als E C tot E P, also E P tot $\frac{2rs}{s-r}$ voor M E, voorts B E doet geen r, maer f, daerom r doet f, wat doet $\frac{2rs}{s-r}$, soo komt $\frac{2fs}{s-r}$ voor M E.

Wijders so treckt op den middellijn M E, het half ront M N E, maeckt H E gelijck de gegeven hooghte, dat is gelijck den vierkant-wortel van de leste term in de vergelijckinge, treckt H N evenwijdigh met B D, die snijdt het half rondt in de punten n N, so is den begeerden driehoeck B n D, of B N D.

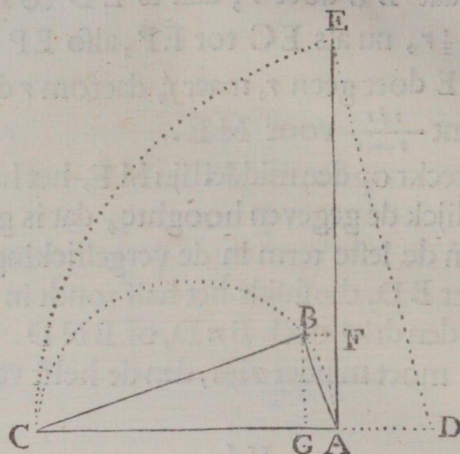
Merckt N O moet minder zijn, dan de helft van M E.

VI.

Gegheven zijnde van den Driehoeck A B C, den hoeck A B C recht, de somma der rechthoeck-zijden A B en B C, en de hooghte B G, den driehoeck te vinden.



Steldt A B + B C $\infty\, b$, B G $\infty\, d$, A C $\infty\, x$ en A B $\infty\, y$, so is B C $\infty\, b - y$.



Nu als AC $\infty\, x$, tot BC $\infty\, b - y$, alsoo AB $\infty\, y$, tot BG $\infty\, d$, den rechthoeck op de middelste is ghelijck den rechthoeck op de buytenste, daerom $dx \,\infty\, by - yy$, of $yy - by + dx \,\infty\, 0$, soo is $y \,\infty\, \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$, of $\infty\, \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$.

Het vierkant op AB geaddeert tot 'et vierkant op BC, komt het vierkant op AC $\infty\, bb - 2by + 2yy$ 't selve is $\infty\, xx$, so is $yy - by + \frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}xx \,\infty\, 0$, en $y \,\infty\, \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$, het selve is ghelijck de weerde van y, hier voor ghevonden, soo is $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx} \,\infty\, \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$, of $-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx \,\infty\, \frac{1}{4}bb - dx$, en $xx + 2dx - bb \,\infty\, 0$, soo is de weerde van $x \,\infty\, -d + \sqrt{dd + bb}$.

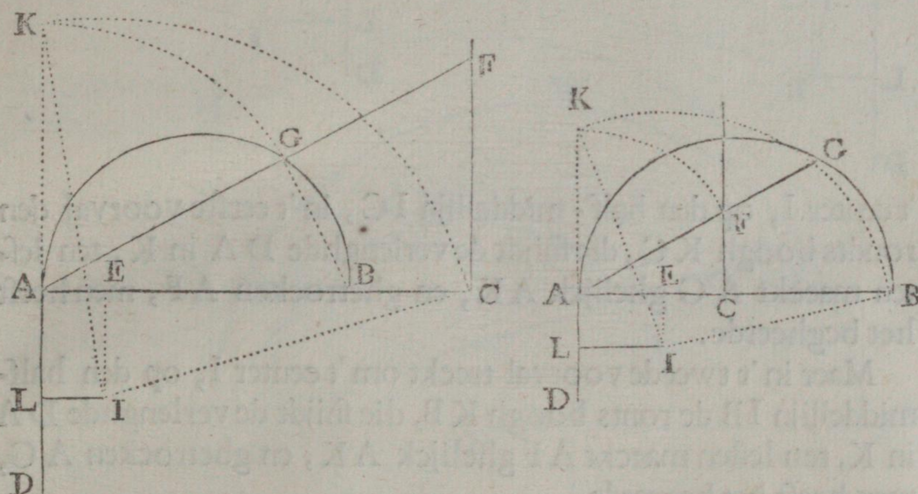
Steldt DA $\infty\, d$, en AE $\infty\, b$, op malkander rechthoeckigh, verlenght DA, soodanigh dat DC is ghelijck DE, maeckt op den middellijn AC, een halfront, en AF gelijck DA, dan getrocken FB evenwijdigh met DC, snijdende het halfront in B, soo is ABC den begeerden Driehoeck.

Want DE ∞ DC doet $\sqrt{dd + bb}$, so doet AC $\sqrt{dd + bb} - d$. Merckt AD moet minder zijn dan de helft van AC.

Gheghe-

VII.

Ghegheven zijnde het halfrondt AGB, en in desselfs verlenghde middellijn het punt C, op welck ghestelt is, den perpendiculaer CF, uyt'et punt A een linie te trecken, soodanigh dat'et stuck GF begrepen tusschen het halfrondt en den perpendiculaer CF, is ghelijck de ghegheven AD.

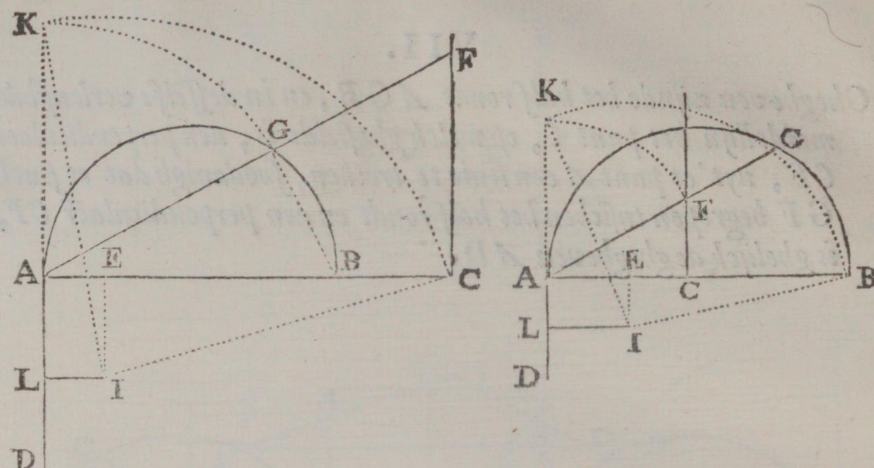


Steldt AB ∞ b, AD ∞ d, AC ∞ f, en AG ∞ x, soo is in't eerste voorval AF ∞ $x + d$.

Nu als AF ∞ $x + d$, tot AC ∞ f, alsoo AB ∞ b, tot AG ∞ x, den rechthoeck op de middelste, is gelijck den rechthoeck op de buytenste, daerom fb ∞ $xx + dx$, so is $xx + dx - fb$ ∞ o, en x ∞ $-\frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fb}$.

Wanneer men in't tweede voorval AF steldt ∞ x, men krijgt deselfde Vergelijckingh. Dese verghelijckingh wordt door Linien ontbonden als volght.

Steldt AD, rechthoeckigh op AB, deeldt de selve AD in tween ghelijck, maeckt LI ghelijck de helft van BC, treckt om



'*t center* I, *op den half-middellijn* I C, *in 't eerſte voorval den rondts boogh* K C, *die ſnijdt de verlenghde* D A *in* K, *ten leſten maeckt* A G *ghelijck* A K, *en ghetrocken* A F, *men heeft het begheerde.*

Maer in 't tweede voorval treckt om 't center I, op den half-middellijn I B de ronts boogh K B, die ſnijdt de verlenghde D A in K, ten leſten maeckt A F ghelijck A K, en ghetrocken A G, men heeft het begeerde.

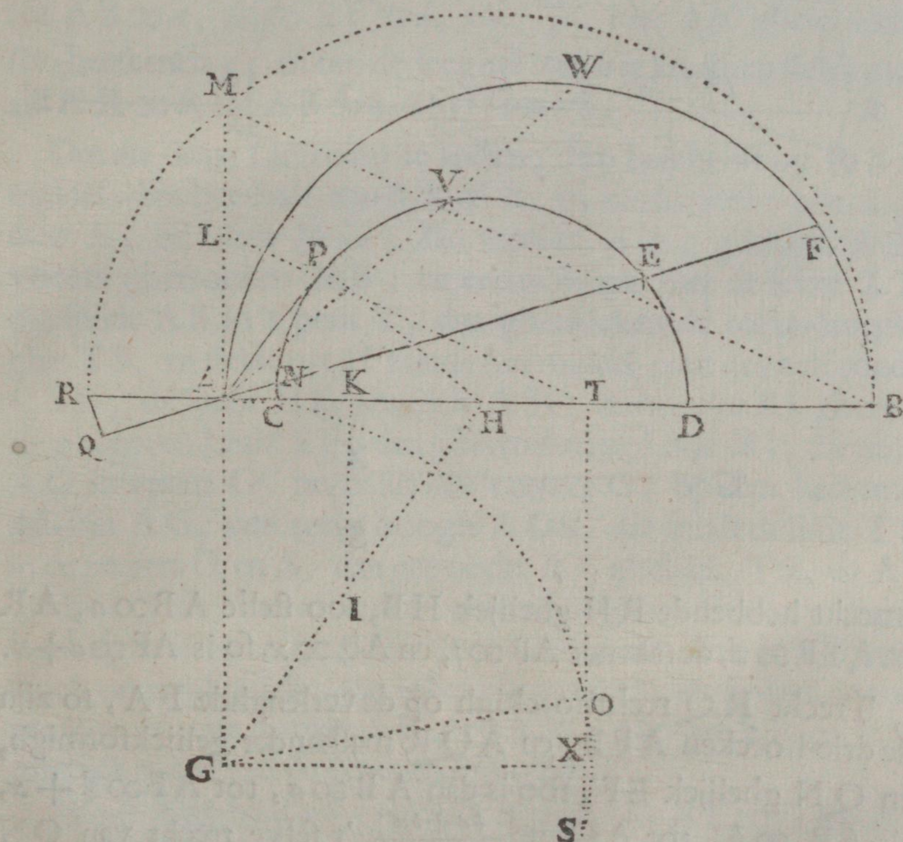
Want A L doet $\frac{1}{2}d$, L I doet $\frac{1}{2}f - \frac{1}{2}b$, in 't eerſte voorval, maer in 't tweede $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}f$, ſoo is E C in 't eerſte voorval of E B in 't tweede ghelijck $\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}b$, addeert het vierkant op A L ∞ E I, tot 'et vierkant op $\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}b$, komt voor 't vierkant op I C ∞ I K in 't eerſte voorval, of I B ∞ I K in 't tweede, $\frac{1}{4}ff + \frac{1}{2}fb + \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd$. Hier van ghetrocken het vierkant op L I, reſt voor 't vierkant op K L $fb + \frac{1}{4}dd$, hier uyt den vierkant-wortel komt KL ∞ $\sqrt{fb + \frac{1}{4}dd}$, hier van getrocken A L ∞ $\frac{1}{2}d$ reſt A K ∞ AG, in 't eerſte voorval, of A K ∞ A F in 't tweede $\sqrt{fb + \frac{1}{4}dd} - \frac{1}{2}d$.

Merckt B C moet in 't eerſte voorval kleynder zijn dan A D, en in 't tweede voorval grooter dan A D.

Gheghe-

VIII.

Ghegheven zijnde twee halve ronden, staende met haere middel-lijnen op een selve grondt, als hier AFB, en CED, tusschen haere omtrecken een rechte Linie te stellen, van een ghegheven lenghte als EF, streckende tot een van de hoecken der halve ronden als hier in A.



Wy nemen of't begeerde van't Werck-stuck volbracht waer, en dat H het middel-punt is, des halven rondts CED, en ghe-

maeckt hebbende RH ghelijck HB, ſoo ſtelle $AB \infty a$, $AR \infty b$, $EF \infty d$, de rakende $AP \infty f$, en $AE \infty x$, ſo is $AF \infty d + x$.

Treckt RQ rechthoeckigh op de verlenghde FA, ſo zijn de drie-hoecken AFB, en AQR malkander gelijckformigh, en QN ghelijck EF, ſoo is dan $AB \infty a$, tot $AF \infty d + x$, als $AR \infty b$, tot $AQ \infty \frac{bd + bx}{a}$, 't ſelve treckt van $QN \infty EF \infty d$, reſt $AN \infty \frac{ad - bd - bx}{a}$. Voorts ſo is den rechthoeck NA, AE ghelijck 't vierkant op AP, ſoo heeft men

$adx -$

$\frac{adx - bdx - bxx}{a} \infty ff$, dit over 't kruys ghemultipliceert, en de Vergelijckingh van malkander ghetrocken reſt $bxx + bdx - adx + aff \infty 0$. en alles deur b ghedivideert, komt $xx + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{aff}{b} \infty 0$, ſtelt g in de plaets van $\frac{ad}{b} - d$, en hh in de plaets van $\frac{aff}{b}$, ſo heeftmen $xx - gx + hh \infty 0$, en x is dan $\infty \frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, of $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$.

Om de lenghte van g te krijghen, ſteldt men als A R $\infty\, b$, tot A B $\infty\, a$, alſoo E F $\infty\, d$, tot $\frac{ad}{b}$, hier d af ghetrocken, ſoo heeft men g, en om de lenghte van h te krijghen ſteldt men, als A R $\infty\, b$, tot A B $\infty\, a$, alſo ff tot hh.

Om dit door Linien op te loſſen, ſoo beſchrijft op R B als middel-lijn het half rondt R M B, en treckt recht-hoeckigh deur A, de Linie M G, dan maeckt A L, ghelijck A P, voorts ghetrocken M B, en evenwijdigh met de ſelve L T, die ſnijdt A B in 't punt T, dan ghetrocken de recht-hoeckighe T S, en ſteldt uyt H zijnde het middel-punt des half rondts C E D, de ſpatie H K ghelijck A R, en maeckt K I ghelijck de ghegeven Linie E F, dan ghetrocken de Linie H I, die ſnijdt A G in 't punt G, nu ſteldt om 't center G, op den half-middel-lijn A G, den ronts boogh A O S, die ſnijdt de linie T S, in de punten O en S, dan gemaeckt A E ghelijck T S, en A V ghelijck T O, maer ſoo den rondts booghe A O S, de recht-hoeckighe T S, niet en ſnijdt noch en raeckt, ſoo is 't Werck-ſtuck onmoghelijck: ten leſten ghetrocken uyt A deur de punten E en V, de Linien A F, en A W, ſoo ſal E F en V W ghelijck weſen met de gegeven Linie E F.

Want A M $\infty \sqrt{ab}$, is tot A B $\infty\, a$, als A L $\infty\, f$, tot A T $\infty \sqrt{\frac{aff}{b}}$, daer voor is hier vooren gheſteldt $\sqrt{hh}$, dat is h. Voorts treckt R A $\infty\, b$, van R H $\infty \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, reſt A H $\infty \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$,

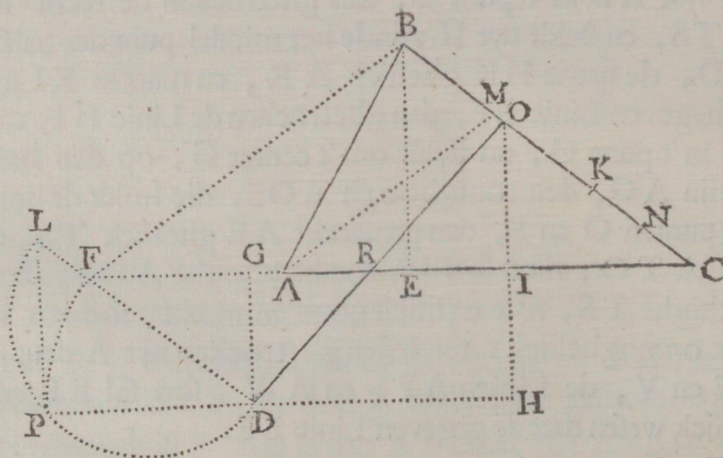
dan

dan als HK ∞ RA $\infty\, b$, tot KI $\infty\, d$, alſo AH $\infty\, \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, tot AG $\infty\, \frac{\frac{1}{2}ad - \frac{1}{2}bd}{b}$, daer voor is hier vooren gheſteldt $\frac{1}{2}g$, dan ghetrocken het vierkant op AT ∞ GX, van 't vierkant op AG ∞ GO, reſt $\frac{1}{4}gg - hh$, voor 't vierkant OX, hier uyt den vierkant-wortel, komt OX, of XS $\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, dit gheaddeert tot AG ∞ TX, komt $\frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, voor TS, en 't ſelve ghetrocken van TX, reſt $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, voor TO.

En alſoo met andere voorvallen, wanneer men maer op 't begheerde acht neemt.

IX.

Een gegeven Driehoeck als ABC, uyt een gegeven punt als D, buyten de ſelve in een gegeven reden te deelen.



Steldt GC $\infty\, a$, AC $\infty\, b$, EC $\infty\, c$, DG $\infty\, d$, BE $\infty\, f$, BC $\infty\, g$, den Driehoeck ROC, tot den Driehoeck ABC, als k tot l, en OC $\infty\, x$.

Als

Als BC $\infty\, g$, tot BE $\infty\, f$, alsoo OC $\infty\, x$, tot $\frac{fx}{g}$, voor OI, en als BC $\infty\, g$, tot EC $\infty\, c$, alsoo OC $\infty\, x$, tot $\frac{cx}{g}$, voor IC, treckt IC $\infty\, \frac{cx}{g}$, van GC $\infty\, a$, rest GI ∞ DH $\infty\, a - \frac{cx}{g}$, dan addeert IO $\infty\, \frac{fx}{g}$ tot HI ∞ DG $\infty\, d$, komt HO $\infty\, d + \frac{fx}{g}$. Nu als HO $\infty\, d + \frac{fx}{g}$ tot DH $\infty\, a - \frac{cx}{g}$, alsoo IO $\infty\, \frac{fx}{g}$, tot IR $\infty\, \frac{afgx - cfxx}{dgg + fgx}$, hier by addeert IC $\infty\, \frac{cx}{g}$, komt RC $\infty\, \frac{afx + cdx}{dg + fx}$, dit gemultipliceert met IO $\infty\, \frac{fx}{g}$, komt voor twee mael den Driehoeck ROC, $\frac{affxx + cdfxx}{dgg + fgx}$, dit is tot twee-mael den heelen Drie-hoeck ABC $\infty\, bf$, als k tot l, Den rechthoeck op de buytenste, is ghelijck den rechthoeck op de binnenste, daerom $\frac{alffxx + cdflxx}{dgg + fgx} \infty\, bfk$, dit over 't kruys ghemultipliceert, deur f ghedivideert, en de verghelijckingh van malkander ghetrocken rest
$alfxx + cdlxx - bfgkx - bdggk \infty\, 0$, alles gedivideert deur $alf + cdl$, komt $xx - \frac{bfgk}{alf + cdl}\, x - \frac{bdggk}{alf + cdl} \infty\, 0$. Stelt m, in de plaets van $\frac{bfgk}{alf + cdl}$, komt $xx - mx - \frac{dg}{f}\, m \infty\, 0$, steldt n, in de plaets van $\frac{dg}{f}$, so heeftmen $xx - mx - mn \infty\, 0$, en $x \infty\, \frac{1}{2}m + \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$.

Om nu de lenghte van m te krijghen, soo is BE $\infty\, f$, tot EC $\infty\, c$, als DG $\infty\, d$, tot FG $\infty\, \frac{cd}{f}$, hier by ghedaen om de af te krijghen GC $\infty\, a$, komt $\frac{af + cd}{f}$ voor FC, dan als FC $\infty\, \frac{af + cd}{f}$, tot AC $\infty\, b$, alsoo BC $\infty\, g$, tot MC $\infty\, \frac{bfg}{af + cd}$, nu als l tot k, alsoo $\frac{bfg}{af + cd}$ tot KC $\infty\, m$.

En om de lenghte van n te krijghen steldtmen als BE $\infty\, f$, tot DG $\infty\, d$, also BC $\infty\, g$, tot DF $\infty\, n$.

F Om

Om dit door Linien te bewercken soo treckt D F, evenwijdigh met B C, die snijdt de verlenghde C A in F, dan F B, en evenwijdigh met deselve A M, deelt M C in K, alsodat M C is tot K C, als l tot k, voorts maeckt F L ghelijck N C de helft van K C, en beschrijft op den middel-lijn D L een halff rondt, steldt in deselve P D ꝏ F D, en neemt de spatie P L, en brenght die van N in O, ten lesten treckt de begeerde D O.

Want K C is ꝏ m, so is N C ꝏ L F ꝏ $\frac{1}{2}m$, en F D ꝏ P D ꝏ n, soo is L D ꝏ $\frac{1}{2}m + n$, van diens vierkant ghetrocken het vierkant op P D, rest voor 't vierkant op P L, $\frac{1}{4}mm + mn$, hier uyt den vierkantwortel, komt P L ꝏ N O ꝏ $\sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$, soo is O C of x ꝏ $\frac{1}{2}m + \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$.

Wanneer 't ghegheven punt D, komt binnen den Driehoeck, dat geeft een weynigh veranderingh, maer is al het selfde.

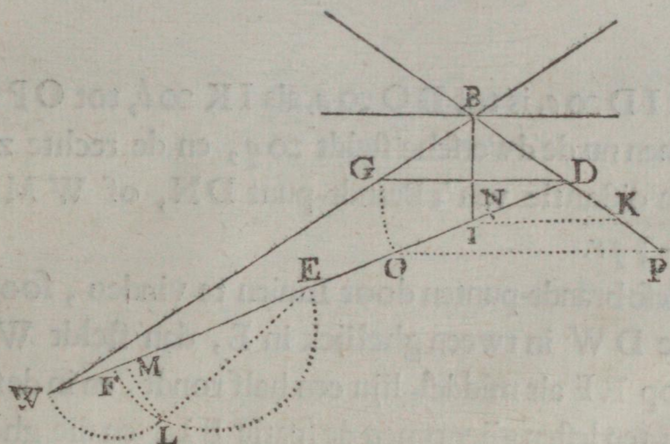
Van

X.

Van yder Parallel in een Sonne-wijser de rechte en dwersche zijde te vinden, als mede het Brandt-punt, waer door dan de selve Parallel met een draet getrocken kan worden.

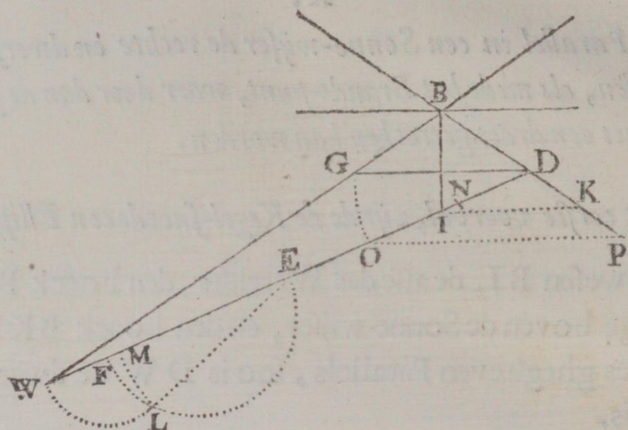
Het eerste voorval, zijnde de Kegel-sneede een Ellipsis.

Laeter wesen B I, de asse des Wereldts, den hoeck B I D sijn verheffinge boven de Sonne-wijser, en den hoeck B K I de Declinatie des ghegheven Parallels, soo is D W de dwersche van den Ellipsis.



Wanneer men steldt G D ∞ a, I K ∞ b, en I D ∞ c, so doet de rechte zijde $\frac{ab}{c}$. Om dese rechte zijde door Linien te vinden steldt D O ghelijck G D, en treckt O P evenwijdigh met I K, soo is O P de begeerde rechte zijde.

Want



Want I D ∞ c, is tot D O ∞ a, als I K ∞ b, tot O P ∞ $\frac{ab}{c}$.

Soo men nu de dwersche steldt ∞ q, en de rechte zijde ∞ r, soo is de distantie van 't Brandt-punt D N, of W M ∞ $\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$.

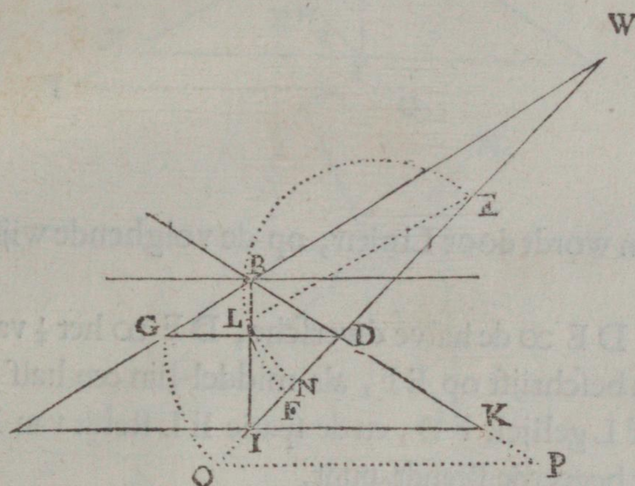
Om dese brandt-punten door Linien te vinden, soo deeldt de dwersche D W in tween ghelijck in E, dan steldt W F ∞ $\frac{1}{4}r$, maeckt op E F als middel-lijn een half rondt, en in deselve F L ∞ W F, ten lesten ghenomen de spatie E L, en die ghestelt van E in M, soo is M het begheerde brandt-punt, maeckt D N ∞ W M, so is N het ander brandt-punt.

Want het vierkant op F L ∞ $\frac{1}{4}r$, ghetrocken van 't vierkant op F E ∞ $\frac{1}{2}q - \frac{1}{4}r$, rest het vierkant L E ∞ M E ∞ $\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr$, hier uyt den vierkant-wortel, komt M E ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$, soo is W M ∞ $\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$.

Het

Het tweede voor-val, zijnde de Keghel-sneede een Hyperbole.

Laet wederom zijn BI de Asse des Wereldts, den hoeck BID sijn verheffinghe boven de Sonne-wijser, en den hoeck BKI, de declinatie des ghegeven Parallels. Verlenght de rechte ID, die snijdt de verlenghde GB in W, so is DW de dwersche van den selven Hyperbole.



De Figuer voorts bereydt hebbende als hier nevens, en ghesteldt GD ∞ a, IK ∞ b, en ID ∞ c, soo is de rechte zijnde, gelijck in't eerste voorval ∞ $\frac{ab}{c}$, en wordt even op de selve wijse door Linien ghevonden, te weten, voor de rechte zijde de lenghte OP.

Soo men wederom de dwersche steldt ∞ q, en de rechte zijde ∞ r, so is de distantie DN van 't Brant-punt ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr}$ $- \frac{1}{2}q$,

$-\frac{1}{2}q$, en wordt door Linien, op de volghende wijſe ghevonden.

Steldt D E ∞ de halve dwerſche, D F ∞ het $\frac{1}{4}$ van de rechte zijde, en beſchrijft op E F, als middel-lijn een half rondt, dan maeckt F L gelijck F D, en de ſpatie E L ſteldt van E in N, ſo is N, het begeerde Brandt-punt.

Want ghetrocken het vierkant op F L ∞ $\frac{1}{4}r$, van 't vierkant op E F ∞ $\frac{1}{2}q + \frac{1}{4}r$, reſt het vierkant op E L ∞ E N ∞ $\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr$, hier uyt den vierkant-wortel, komt E N ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr}$, hier van getrocken D E ∞ $\frac{1}{2}q$, ſo heeftmen D N ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr} - \frac{1}{2}q$.

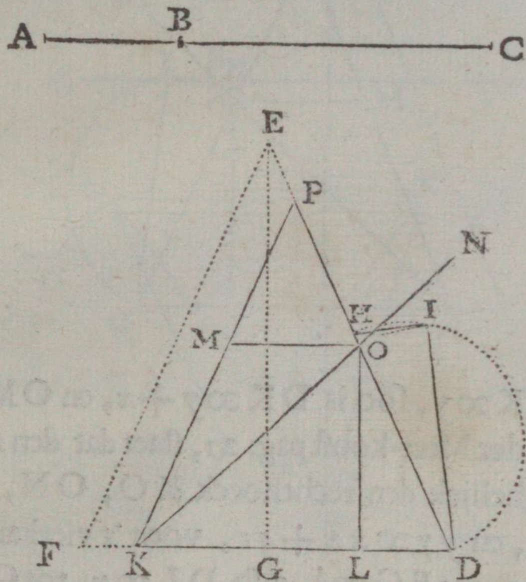
Hoe deſe Keghel-ſneeden met een draedt ghetrocken worden, wordt gheleert in een Boeckje, wiens op-ſchrift is *Apollonius Cattus*.

Een

XI.

Een gegeven Ellipsis, of Hyperbole, uyt een rechte Kegel te snijden, hebbende een gegeven form.

Het eerste voor-val, een Ellipsis.

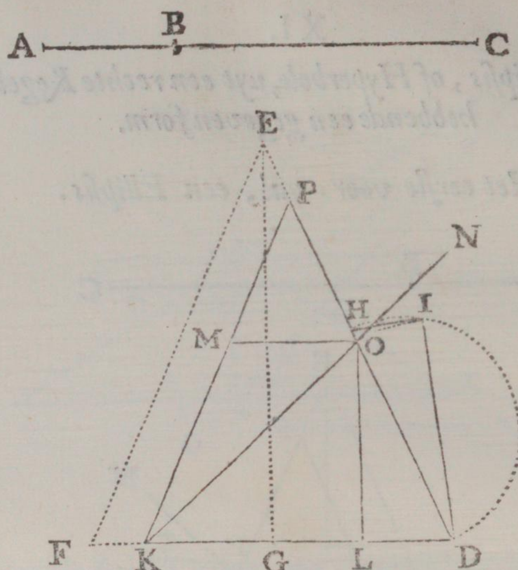


Van den gegeven Ellipsis, is B C de dwersche, en A B de rechte zijde, de selve uyt een Keghel te snijden, hebbende de form als D E F.

Wy onderstellen dattet Werck-stuck ghemaeckt is, en dat den Keghel zy D P K ghelijckformigh met D E F, de dwersche der sneede O K ghelijck de ghegheven B C, en de rechte-zijde N O gelijck de gegeven A B, voorts getrocken O L rechthoeckigh op D K, en O M parallel met D K.

Stelt D G ∞ a, G E ∞ b, O K ∞ q, de rechte zijde N O ∞ r,

D L ∞



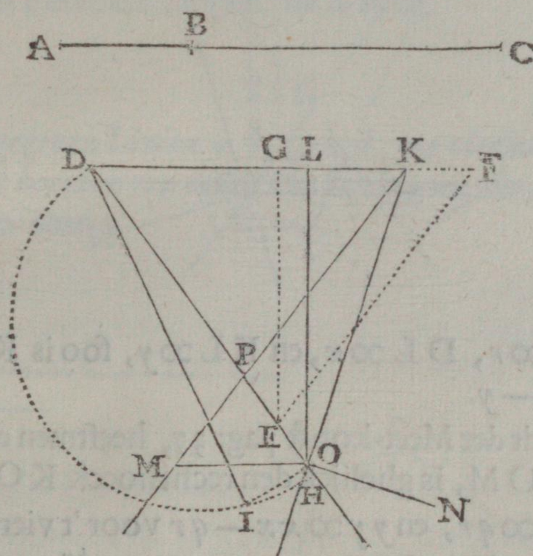
DL ∞ x, en LK ∞ y, ſoo is DK ∞ $y + x$, en OM ∞ $y - x$.

In de Gront der Meet-konſt pag: 21, ſtaet dat den rechthoeck OM, DK is ghelijck den rechthoeck KO, ON, ſoo is dan $yy - xx \infty qr$, en $yy \infty xx + qr$, voor 't vierkant op LK. Nu als DG ∞ a, tot EG ∞ b, alſo DL ∞ x, tot OL ∞ $\frac{bx}{a}$, diens vierkant is $\frac{bbxx}{aa}$, hier by gheaddeert het vierkant op LK zijnde $xx + qr$, komt het vierkant op OK ∞ $\frac{bbxx + aaxx + aaqr}{aa}$ ∞ qq, ſo is $bbxx + aaxx \infty aaqq - aaqr$, en $xx \infty \frac{aaqq - aaqr}{bb + aa}$. Dat is als DE ∞ $\sqrt{bb + aa}$, tot DG ∞ a, alſoo DO ∞ $\sqrt{qq - qr}$ tot DL ∞ x.

Om dit door Linien op te loſſen, ſo maeckt DH ghelijck de dwerſche min de halve rechte zijde, en beſchrijft daer op een half rondt, ſteldt in de ſelve HI ghelijck de halve rechte zijde, dan neemt

neemt de spatie D I en steldt die van D in O, voorder neemt de spatie van de gegheven dwersche B C, en brenght die van O tot in de verlenghde D L, komt in K, ten lesten getrocken P K evenwijdigh met E F, soo heeft men het begeerde.

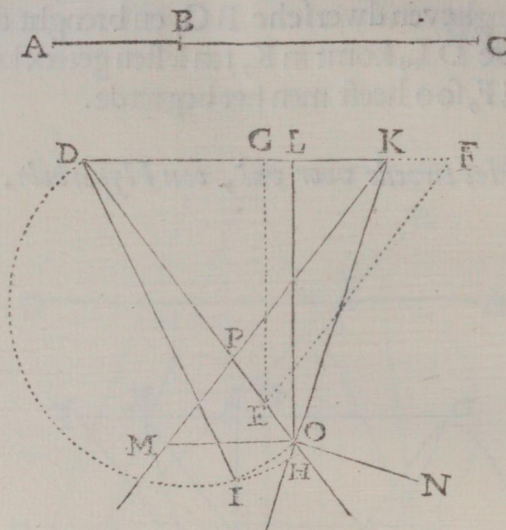
Het tweede voor-val, een Hyperbole.



Van den ghegheven Hyperbole, is B C de dwersche, en A B de rechte zijde, de selve uyt een rechte Kegel te snijden, hebbende de form als D E F.

Wy stellen wederom dat 'et Werck-stuck volbracht is, en dat den Keghel zy E P M, de dwersche der sneede O K ghelijck de ghegheven B C, en de rechte zijde N O ghelijck de ghegheven A B, voorts ghetrocken O L recht-hoeckigh op K D, en O M parallel met K D.

Stelt D G ∞ a, en G E ∞ b, de dwersche K O ∞ q, de rechte zijde



te zijde $NO \infty r$, $DL \infty x$, en $KL \infty y$, soo is $KD \infty x+y$, en $OM \infty x-y$.

Inde Grondt der Meet-konst pag: 37, heeftmen dat den rechthoeck KD, OM, is ghelijck den rechthoeck KO, ON, daerom $xx-yy \infty qr$, en $yy \infty xx-qr$ voor 't vierkant op KL. Nu als a tot b, alsoo LD ∞x, tot LO $\infty \frac{bx}{a}$, diens vierkant $\frac{bbxx}{aa}$ geaddeert tot 'et vierkant op KL $\infty xx-qr$, komt het vierkant op KO $\infty \frac{bbxx+aaxx-aaqr}{aa} \infty qq$, soo is $bbxx+aaxx \infty aaqq+aaqr$, en $xx \infty \frac{aaqq+aaqr}{bb+aa}$, dat is als DE $\infty \sqrt{bb+aa}$, tot DG ∞a, also DO $\infty \sqrt{qq+qr}$, tot DL ∞x.

Om dit door Linien op te lossen soo maeckt DH ghelijck de gegeven dwersche plus de halve rechte zijde, en daer op beschreven een halfrondt, steldt in de selve HI ghelijck de halve rechte zijde,

zijde,

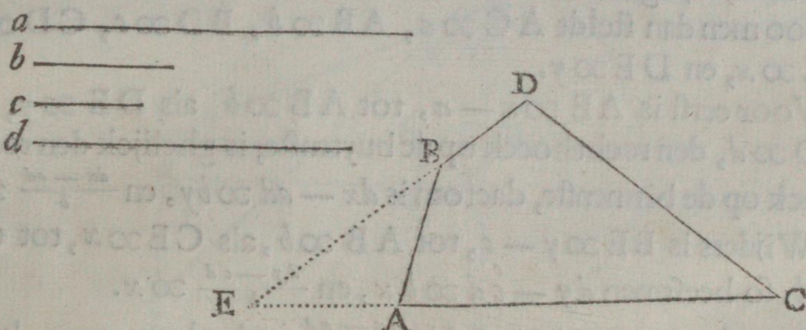
zijde, dan ghenomen de ſpatie D I, en die ghebracht van D in O, voorder ſteldt uyt O de ſpatie van de ghegheven dwerſche B C, in de verlenghde D L komt in K, ten leſten ghetrocken K P M evenwijdigh met F E men heeft het begeerde.

Hier moet men bemercken dat O L minder moet zijn dan de gegeven dwerſche, want anders is het werckſtuck onmogelijck.

Beſiet op dit werckſtuck de 30 en 31 Prop. Apoll. het 6 boek. Soo veel den Parabole aengaet dat is licht.

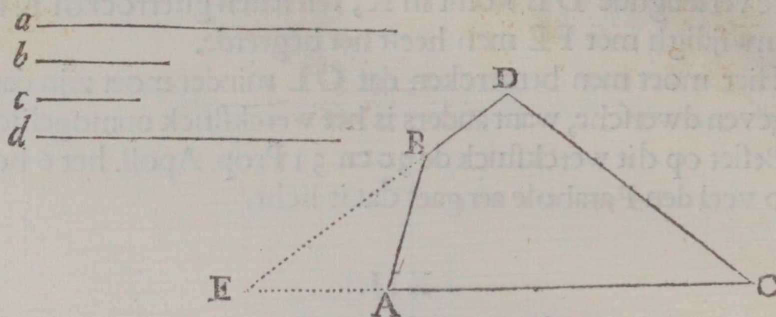
XII.

Van de vier gegeven Linien a, b, c, en d, een vierhoeck te maecken, door wiens hoecken een rondt kan beſchreven worden, ſoodanigh dat a kome over c.



Wy onderſtellen dat 'et begeerde van't werck-ſtuck volbracht is, en dat den vierhoeck zy A B D C, ſoo men de zijden D B en C A, verlengt die ontmoeten malkander in E, ſulcx dat de drie-hoecken E D C, en E A B malkander gelijckformigh zijn, want

 de twee



de twee overstaende hoecken van een vierhoeck in een rondt beschreven, zijn gelijck met twee rechte hoecken.

Soo men dan steldt A C ∞ a, A B ∞ b, B D ∞ c, C D ∞ d, C E ∞ x, en D E ∞ y.

Voor eerst is A E ∞ $x - a$, tot A B ∞ b, als D E ∞ y, tot C D ∞ d, den rechthoeck op de buytenste, is ghelijck den rechthoeck op de binnenste, daerom is $dx - ad$ ∞ by, en $\frac{dx - ad}{b}$ ∞ y.

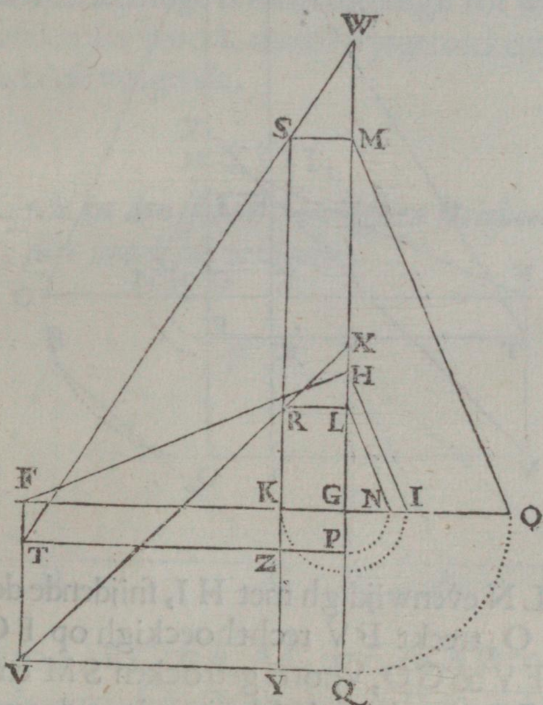
Wijders is B E ∞ $y - c$, tot A B ∞ b, als C E ∞ x, tot C D ∞ d, so heeftmen $dy - cd$ ∞ bx, en $\frac{dy - cd}{b}$ ∞ x.

Doet de y wech, dat is steldt $\frac{dx - ad}{b}$ in de plaets van y, komt $\frac{ddx - add}{b} - cd$ ∞ bx, so is $add + bcd$ ∞ $ddx - bbx$, en $\frac{add + bcd}{dd - bb}$ ∞ x.

Hier voorens was $dx - ad$ ∞ by, steldt $\frac{dy - cd}{b}$ in de plaets van x, komt $\frac{ddy - cdd}{b} - ad$ ∞ by, so is $ddy - bby$ ∞ $cdd + abd$ en y ∞ $\frac{cdd + abd}{dd - bb}$.

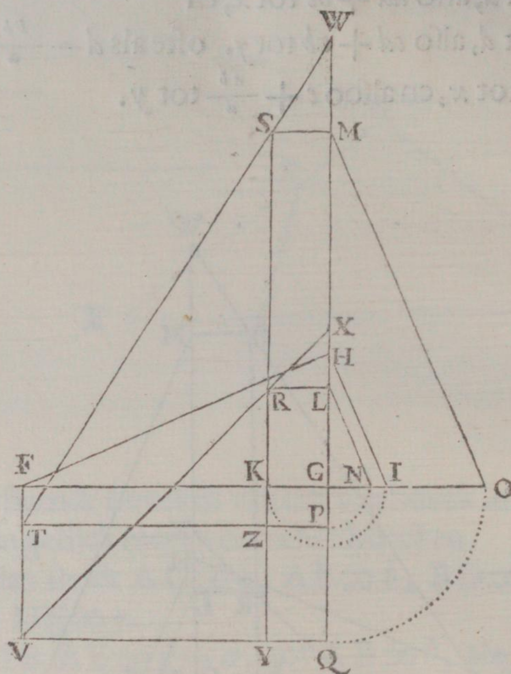
Men

Men heeft dan, wanneer men 't tot de proportie brenght, als $dd - bb$ tot d, alſo $ad + bc$ tot x, en als $dd - bb$ tot d, alſo $cd + ab$ tot y. ofte als $d - \frac{bb}{d}$, tot d, alſoo $a + \frac{bc}{d}$ tot x, en alſoo $c + \frac{ab}{d}$ tot y.



Om dit door Linien te ontbinden, ſoo beſchrijſt F G ∞ de linie d, en op de ſelve rechthoeckigh G H ∞ de linie b, dan ghetrocken F H, en rechthoeckigh op de ſelve de linie H I, maeckt K G gelijck G I, en S K evenwijdigh met H G, dan gheſteldt G M gelijck de linie a, en G L gelijck de linie c, en de ghetroc-

 ken



ken M O, en L N evenwijdigh met H I, ſnijdende de verlenghde F G in N en O, treckt F V rechthoeckigh op F G, ſteldt F T ∞ G N, en F V ∞ G O, voorts getrocken S M en R L, evenwijdigh met F G, ten leſten beſchrijft, door de punten R en S, de linien T W en V X, die ſnijden de verlenghde G H in X, en W, ſoo is P W gelijck de begeerde E C, en Q X gelijck de begeerde D E, de reſt is licht.

Want F G ∞ d is tot G H ∞ b, als G H ∞ b, tot G I ∞ $\frac{bb}{d}$, voorts als F G, tot G H, alſoo G M ∞ a, tot G O ∞ $\frac{ab}{d}$, en als F G tot G H, alſoo G L ∞ c, tot G N ∞ $\frac{bc}{d}$, treckt G I

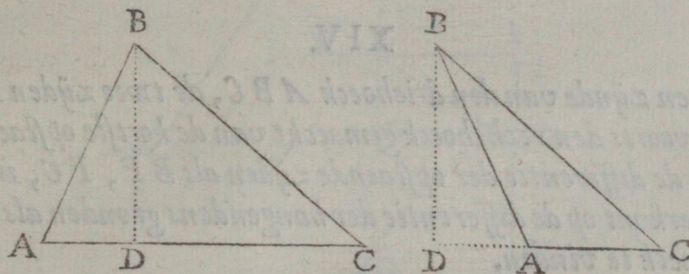
∞

ꝏ $\frac{bb}{d}$, van F G ꝏ d, reſt F K ꝏ $d - \frac{bb}{d}$, addeert G N ꝏ $\frac{bc}{d}$, tot G M ꝏ a, komt Z S ꝏ $a + \frac{bc}{d}$, nu als T Z ꝏ $d - \frac{bb}{d}$, tot T P ꝏ d, alſoo S Z ꝏ $a + \frac{bc}{d}$ tot W P ꝏ x. Addeert G O ꝏ $\frac{ab}{d}$ tot G L ꝏ c, komt Y R ꝏ $c + \frac{ab}{d}$, wederom als V Y ꝏ $d - \frac{bb}{d}$, tot V Q ꝏ d, alſo Y R ꝏ $c + \frac{ab}{d}$ tot Q X ꝏ y.

Deſe Letter-reeckeninge is mede dienſtigh tot werck-ſtucken, die door de tafelen der Hoeck-maten uytgereeckent worden, gelijck blijckt uyt deſe volgende.

XIII.

Ghegheven zijnde in den ſcheef-hoeckighen Driehoeck A B C, de drie zijden, den hoeck A te vinden.



Steldt A B ꝏ a, B C ꝏ b, A C ꝏ c, en A D ꝏ y, ſoo komt in den ſcherp-hoeckighen Driehoeck A D ꝏ $\frac{cc + aa - bb}{2c}$, ick menighvuldigh den Noemer en Teller met a, ſoo komt A D ꝏ $\frac{acc + a^3 - abb}{2ca}$, dit ghebracht tot de proportie, ſoo is $2ca$ tot $aa + cc - bb$, als a tot deſe A D ꝏ $\frac{acc - a^3 - abb}{2ca}$.

Hier uyt openbaert hem, voor de ſcherphoeckighe driehoecken, om de hoecken ſonder behulp van perpendiculaer te vinden deſen reghel.

Als tweemael den rechthoeck op de twee zÿden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot de twee vierkanten op de selfde zÿden t'samen min 't vierkant op de derde zÿde, alsoo den radius, tot sinus Complement van den ghesochten hoeck.

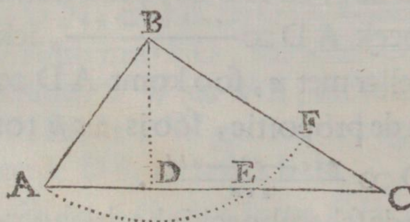
Op de selfde wijse vintmen voor de driehoecken, die den hoeck A stomp hebben desen reghel.

Als tweemael den rechthoeck op de twee zÿden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot 't et vierkant op de derde zÿde, min de twee vierkanten op de zÿden aen den ghesochten hoeck, alsoo den radius tot sinus Compl. van 't halfrontsschil des gesochten hoeckx.

Hier mede is 't ghenoegh van de Werck-stucken in welck de Verghelijckinghen niet hoogher loopen, dan tot een, of twee, Dimensien. Volgen eenige die tot drie of vier Dimensien gaen.

XIV.

Ghegheven zÿnde van den driehoeck A B C, de twee zÿden A B, en A C, voorts den rechthoeck gemaeckt van de kortste opstaende zÿde, en de differentie der opstaende zÿden als B F, F C, is ghelÿck het vierkant op de differentie der hangendens gronden als EC, den driehoeck te vinden.



Steldt AB $\infty\, b$, AC $\infty\, d$, FC $\infty\, x$, en EC $\infty\, y$, soo is AD $\infty\, \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$, DC $\infty\, \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$, en BC $\infty\, b + x$.

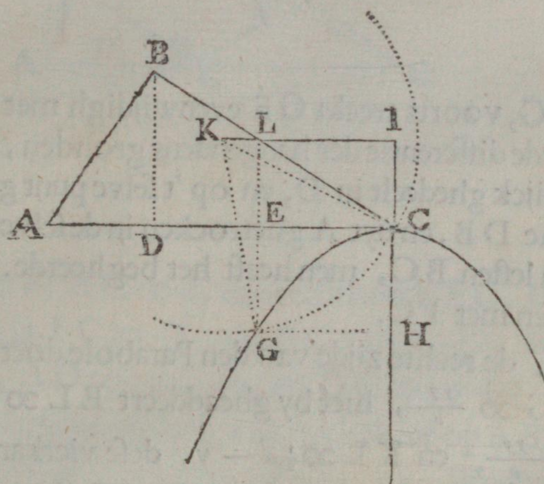
Treckt het vierkant op AD, van 't vierkant op AB, rest voor 't vierkant op BD, $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$.

Wederom treckt 't et vierkant op DC, van 't vierkant op BC,

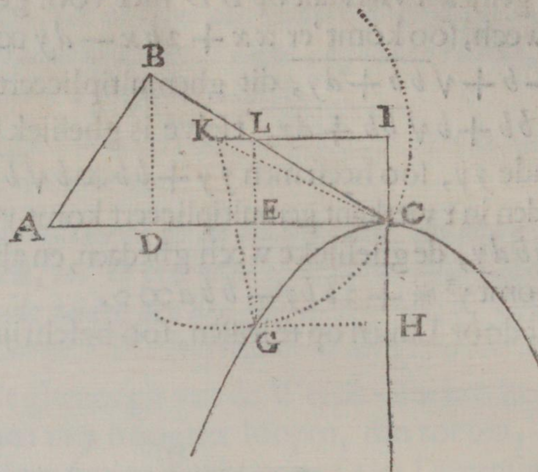
rest

reſt voor 't vierkant op B D, $bb + 2bx + xx - \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$, 't ſelve is gelijck 't vierkant op B D hier voor gevonden, doet de gelijcke wech, ſoo komt 'er $xx + 2bx - dy \infty 0$, F C $\infty\ x$, is dan $\infty - b + \sqrt{bb + dy}$, dit ghemultipliceert met A B $\infty\ b$, komt $-bb + b\sqrt{bb + dy}$, 't ſelve is ghelijck het vierkant op E C, zijnde yy, ſoo heeft men $yy + bb \infty b\sqrt{bb + dy}$, dit aen wederzijden in 't vierkant gemultipliceert komt $y^4 + 2bbyy + b^4 \infty b^4 + bbdy$, de ghelijcke wech ghedaen, en alles ghedivideert door y, komt $y^3 * + 2bby - bba \infty 0$.

Om dit door Linien op te loſſen, ſoo beſchrijft volgens de re-



ghels beſchreven in de Geometrie van *Deſcartes*, een Parabole wiens rechte zijde is ghelijck de ggheven A B, en uyt den top C treckt de ghegheven linie A C, maeckt I C ghelijck de helft van A B, rechthoeckigh op A C, en K I ghelijck de helft van A C, en met de ſelve evenwijdigh, dan ghetrocken uyt het center K, deur 't punt C den circul-booghe C G, die ſnijdt den parabole



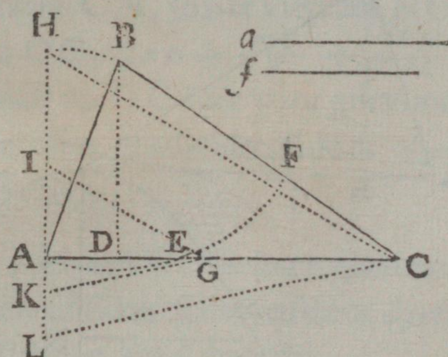
in 't punt G, voorts treckt G E evenwijdigh met C I, soo is E C de begeerde differentie der hangendens gronden, daerom A E in tween gelijck ghedeelt in D, en op 't selve punt gesteldt de rechthoeckighe D B, en uyt A ghetrocken in de selve, de ghegheven A B, ten lesten B C, men heeft het begheerde. en E G sal gelijck wesen met F C.

Want, de rechte zijde van den Parabole doet b, E C doet y, soo is E G $\infty \frac{yy}{b}$, hier by gheaddeert E L $\infty \frac{1}{2}b$, soo is G L $\infty \frac{1}{2}b + \frac{yy}{b}$, en K L $\infty \frac{1}{2}d - y$, dese vierkanten t'samen gheaddeert, komt het vierkant op K G ∞ K C $\infty \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd - dy + 2yy + \frac{y^4}{bb}$. Wederom addeert het vierkant op I C $\infty \frac{1}{2}b$, tot 'et vierkant op K I $\infty \frac{1}{2}d$, komt het vierkant op K C $\infty \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd$, 't selve is ghelijck het vierkant op K C hier voor gevonden, treckt de vergelijckinghe van malkander, en alles ghemultipliceert met $\frac{bb}{y}$, komt $y^3 * + 2bby - bbd \infty 0$.

Van

XV.

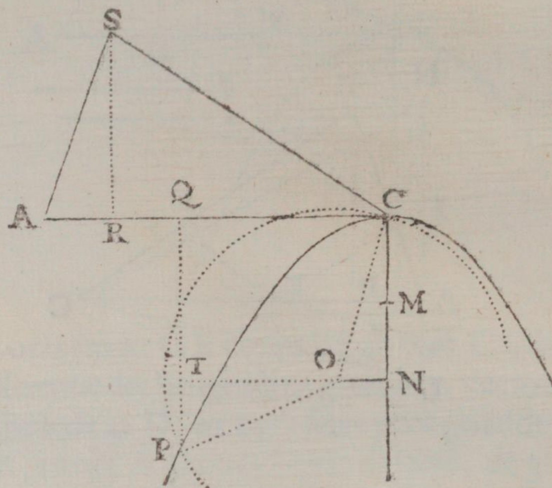
Van desen Driehoeck ABC, is ghegheven AB en AC, midtsgaders den rechthoeck gemaeckt van de differentie der opstaende zijden, ende de differentie der hanghenaens Gronden als EC, FC, den driehoeck te vinden.



Steldt AB ∞ b, AC ∞ d, den rechthoeck EC, FC ∞ af, en EC ∞ y, so is FC ∞ $\frac{af}{y}$, en BC ∞ $b + \frac{af}{y}$, voorts AE is dan ∞ $d - y$, AD ∞ $\frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$, en DC ∞ $\frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$.

Treckt het vierkant op AD, van 't vierkant op AB, rest voor 't vierkant op BD $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$. Wederom treckt het vierkant op DC, van 't vierkant op BC, rest voor 't vierkant op BD, $bb + 2\frac{abf}{y} + \frac{aaff}{yy} - \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$, dit is gelijck het vierkant op BD, hier voor ghevonden, doet de ghelijcke wech, en alles met $\frac{yy}{d}$ ghemultipliceert komt $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d}$ ∞ o.

Om dit door Linien te ontbinden ſteldt A H ∞ A B, recht-hoeckigh op A C, op de ſelve wijſe A L gelijck $\frac{1}{2}f$, en A G ∞ f, treckt H C en L C, en parallel met de ſelve I G, en K G, dan maeckt C M ∞ $\frac{1}{2}a$, rechthoeckigh op A C, en beſchrijft deur



den top C, een parabole wiens rechte zijde doet a, en wiens aſſe kome in C M, ſteldt M N ∞ A I, en O N op de ſelve recht-hoeckigh ∞ A K, dan op den half-middellijn O C beſchreven een rondt, die ſnijdt den parabole in P, treckt P Q, evenwijdigh met C N, ſoo is Q C, de begheerde Differentie der hangendens gronden, deeldt A Q in tween ghelijck in R, ſteldt daer op de rechthoeckighe R S, en in de ſelve uyt A, de linie A S, gelijck de ghegheven A B, ten leſten ghetrocken de linie S C men heeft het begheerde.

Want

Want de rechte zijde van den parabole is $\infty\ a$, QC $\infty\ y$, soo is PQ $\infty\ \frac{yy}{a}$, CM is $\infty\ \frac{1}{2}a$, MN ∞ AI $\infty\ \frac{bf}{d}$, soo is CN $\infty\ \frac{1}{2}a + \frac{bf}{d}$, en NO ∞ AK $\infty\ \frac{ff}{2d}$, soo is PT $\infty\ \frac{yy}{a} - \frac{1}{2}a - \frac{bf}{d}$, en TO $\infty\ y - \frac{ff}{2d}$, addeert het vierkant op TO, tot het vierkant op PT, komt het vierkant op PO ∞ OC $\infty\ \frac{y^4}{aa} - \frac{2bfyy}{ad} - \frac{ff}{d}y + \frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$, dan geaddeert het vierkant CN, tot 't vierkant NO, komt wederom voor 't vierkant OC, $\frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$, dit is ghelijck 't vierkant op OC hier voor ghevonden, doet de ghelijcke wech, en alles ghedivideert door $\frac{y}{aa}$, komt $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d}\ \infty\ 0$.

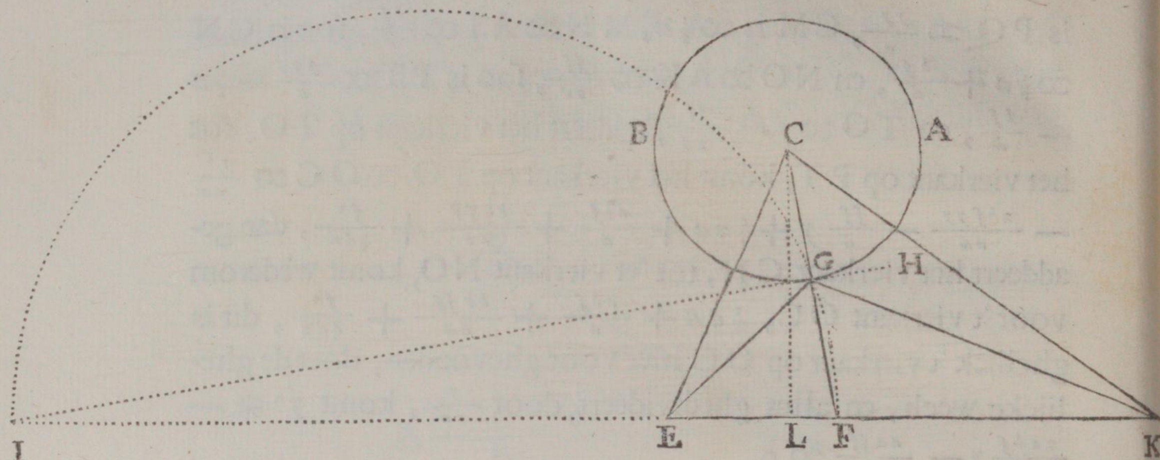
Volght hier noch een Werck-stuck ghenomen, uyt de Wiskonstighe gedachtenissen beschreven door *Symon Stevin*, in 't 2 Boeck der deursichtige, het 6 voorstel.

XVI.

Uyt de twee ghegheven punten E en K, twee Linien te trecken tot een begheert punt in den omtreck van 't ghegheven rondt AGB, als EG en GK, soodanigh, dat de Linie CGF (die uyt 'et middel-punt des rondts ghetrocken wordt) den hoeck EGK in tween ghelijck verdeeldt.

Wy onderstellen dat 'et Werck-stuck ghemaeckt is, en de Figuer bereydt hebbende, als hier volght, soo stelle CG $\infty\ b$,

 CE ∞



CE ∞ c, EL ∞ d, EK ∞ e, CL ∞ f, EF ∞ x, LF ∞ $x - d$, FK ∞ $e - x$, ſoo is dan $dd + ff \infty cc$.

Addeert het vierkant op CL, tot 't vierkant op LF, uyt de ſom den vierkant-wortel, komt CF $\infty \sqrt{xx - 2dx + dd + ff}$. ſteldt cc inde plaets van $dd + ff$, ſo is CF $\infty \sqrt{xx - 2dx + cc}$, hier van treckt CG ∞ b, reſt GF $\infty \sqrt{xx - 2dx + cc} - b$. Nu als LF, tot CF, alſo GF, tot IF $\infty \dfrac{xx - 2dx + cc - b\sqrt{xx - 2dx + cc}}{x - d}$, om een Verghelijckingh te maecken, vinde ick deſe IF, noch als volght.

Als de differentie van EF, en FK ∞ $e - 2x$, tot twee mael EF ∞ $2x$, alſoo FK ∞ $e - x$, tot IF $\infty \dfrac{2ex - 2xx}{e - 2x}$. So hebben wy $\dfrac{xx - 2dx + cc - b\sqrt{xx - 2dx + cc}}{x - d} \infty \dfrac{2ex - 2xx}{e - 2x}$, dit over 't kruys ghemultipliceert komt $-2x^3 \begin{smallmatrix}+2e\\-2d\end{smallmatrix} xx - 2dex \infty$ $-2x^3 \begin{smallmatrix}+4d\\+e\end{smallmatrix} xx \begin{smallmatrix}-2cc\\-2de\end{smallmatrix} x + \overline{cce - be + 2bx}\sqrt{xx - 2dx + cc}$.

de

de ghelijcke wech ghedaen komt $\frac{+2dxx - exx - 2ccx + cce}{be - 2bx} \infty \sqrt{xx - 2dx + cc}$, ſteldt g in de plaets van $e - 2d$, en menighvuldight aen weder-zijden in 't vierkant, komt

$$\frac{ggx^4 + 4gccx^3 \begin{smallmatrix} -2gecc \\ +4c^4 \end{smallmatrix} xx - 4ec^4x + eec^4}{bbee - 4bbex + 4bbxx} \infty xx - 2dx + cc.$$

ſoo heeft men ten leſten

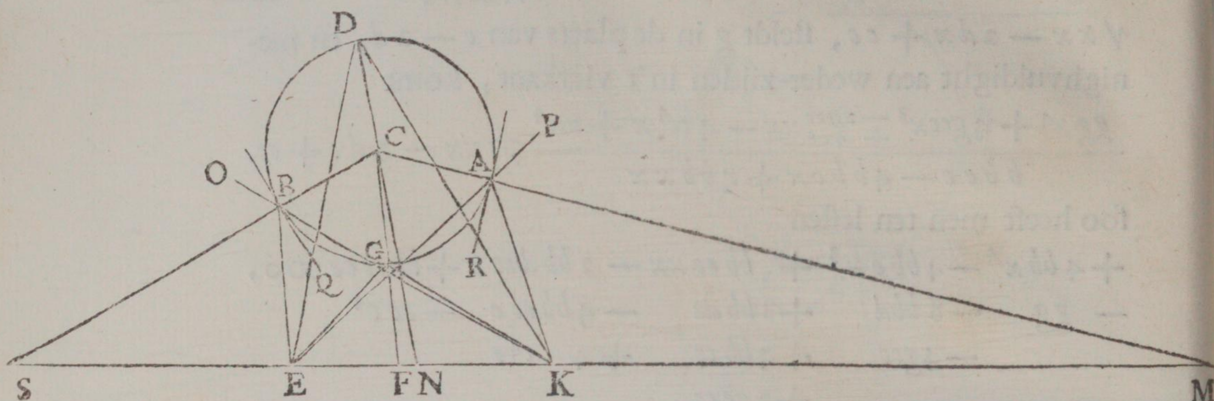
$$\begin{array}{llllll} +4bbx^4 & -4bbex^3 & +bbeexx & -2bbdeex & +bbccee & \infty\ 0. \\ -gg & -8bbd & +8bbde & -4bbcce & -eec^4 & \\ & -4gcc & +4bbcc & +4\ c^4e & & \\ & & +2gecc & & & \\ & & -4\ c^4 & & & \end{array}$$

De ghemackelijckſte wijſe om deſe, en de ſoodanighe Verghelijckinghen op te loſſen is dat men, de Letters wech doet, en in de plaets ſteldt reecken-ghetallen, Als by voorbeeldt laet weſen $b \infty 6$, $c \infty 13$, $d \infty 5$, $e \infty 14$, $f \infty 12$, ſo is $g \infty 4$. De Letters wech ghedaen, en ghetallen in de plaets gheſteldt, ſoo heeft men $128x^4 - 6160x^3 - 43764xx + 1188152x - 4405492 \infty 0$. alles ghedivideert door 128, komt

$$x^4 - 48\tfrac{1}{8}x^3 - 341\tfrac{29}{32}xx + 9284\tfrac{7}{16}x + 34417\tfrac{29}{32} \infty 0.$$

Deſe Verghelijckinghe heeft drie waere wortels, en een valſche, die door een Parabole en een rondt ghevonden konnen worden, te weten EF, EN, en EM, de valſche is SE. Beſiet de volgende Figuer.

Hier



Hier voldoet E F het begeerde voor 't punt G, en E N het begeerde voor 't punt D. Want de linie C G F, deelt den hoeck E G K in tween gelijck, en de linie D C N den hoeck E D K.

Maer in de punten A en B, worden de hoecken E A K, en E B K in tween ghelijck verdeeldt door de linien B Q, en A R, die 't rondt in de geseyde punten aen-roeren.

Soo dat men dit Werck-stuck, dusdanigh soude konnen voorstellen.

Uyt de twee ghegheven Brandt-punten E en K, een Ellipsis, of Hyperbole te beschrijven, die een ghegheven rondt aen-raeckt, de raeck-punten te vinden.

Welcke raeck-punten dan zijn voor den Ellipsis G, of D, en voor den Hyperbole A of B.

HET

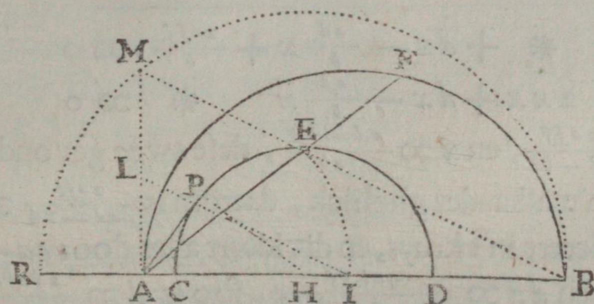
HET
DERDE DEEL,
Van't vinden der grootste en kleynste.

HET valt in de Meet-konst somtijdts voor, datter gevraegt wordt naer de grootste of kleynste, hoe de selve gevonden worden. kan men sien in dese volgende Werck-stucken.

I.

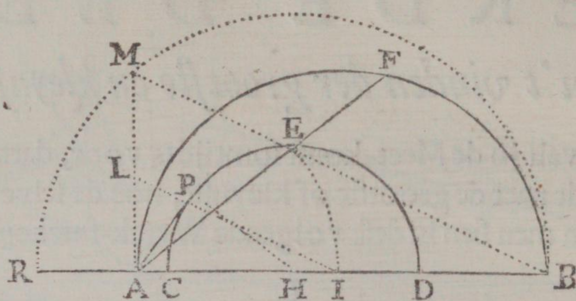
Ghegheven zijnde twee halve ronden, staende met haere middel-lijnen op een selve grondt, als hier AFB en CED, tusschen hare omtrecken een rechte Linie te stellen, soo kleyn als't moghelijck is, streckende tot een van de hoecken, als hier in A.

DIt voorstel is ontrent het selfde, als 't achtste van 't voorgaende Deel de beteeckeninghe der Linien, laetende alsse



daer ghesteldt zijn, soo sullen wy wederom verkrijghen ghelijck aldaer, $xx + dx - \frac{ad}{b} x + \frac{aff}{b} \infty 0$, dese Vergelijckinghe heeft twee waere wortels, en daer de selve gelijck zijn, is de waer-

de van



de van d, op ſijn kleynſte, multipliceert daerom de Verghelijckinghe, met een Arithmetiſche progreſſie, ghelijck hier volght:

$$xx + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{aff}{b} \infty 0$$
$$0. \quad 1. \quad 2.$$
$$2. \quad 1. \quad 0.$$

$$* \quad + dx - \frac{ad}{b}x + \frac{2aff}{b} \infty 0$$
$$2xx + dx - \frac{ad}{b}x \quad * \quad \infty 0$$

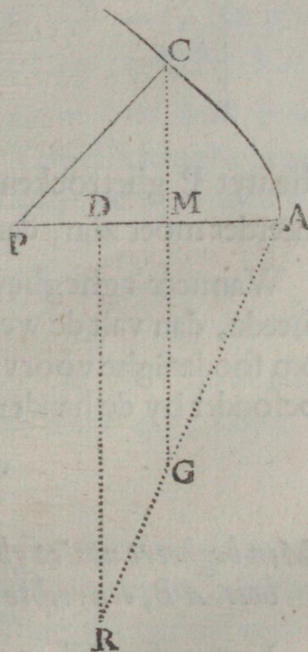
ſo is $x \infty \frac{2aff}{ad - bd}$, en $x \infty \frac{ad - bd}{2b}$, deſe twee gevonde waerdens van x, zijn malkander ghelijck, daerom is $\frac{2aff}{ad - bd} \infty \frac{ad - bd}{2b}$. dit multipliceert in't kruys, en divideert alles door $aa - 2ab + bb$, ſoo heeft men $dd \infty \frac{4abff}{aa - 2ab + bb}$, ſoo is $d \infty \frac{2f\sqrt{ab}}{a - b}$ voor de kortſte linie, hier boven is $x \infty \frac{ad - bd}{2b}$, nu gheſteldt $\frac{2f\sqrt{ab}}{a - b}$ in de plaets van d, ſoo heeft men $x \infty \frac{f\sqrt{ab}}{b}$. Dat is als b tot $\sqrt{ab}$, alſoo f tot x.

Om

Om dit door Linien op te loſſen, beſchrijftmen uyt H, op den half-middel-lijn H B, het half rondt R M B, en men ſteldt op A de recht-hoeckighe A M, dan A L ghemaeckt ghelijck A P, voorts ghetrocken M B, en evenwijdigh met de ſelve L I, dan beſchreven uyt A den booge I E, die ſnijdt het half rondt C E D in 't punt E, ten leſten treckt men A E F, ſoo is de linie E F de kortſte, die tuſſchen de omtrecken van de twee halve ronden getrocken kan worden, ſtreckende naer den hoeck A.

II.

Uyt een gegeven punt, naer een gegeven Kegel-ſneede, de kortſte linie te trecken.



Wanneer 't ghegheven punt, komt in den aſs van de Keghel-ſneede, dan is de vindinghe, van de kortſte Linie genoeg getoont inde Gront der Meet-konſt, daer van de rakende linien gheſchreven is, hoemen de ſelve door linien kan vinden, daer toe ſal dienen tot voorbeelt den Hyperbole, van welck de dwerſche is $\infty\ q$, de rechte zijde $\infty\ r$, A M $\infty\ y$, voor A P is in de gront der Meet-konſt pag: 38. ghevonden $y + \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r$, ſoo men dat ſteldt gelijck een gegheven wijdte als b, ſoo is $y \infty \frac{bq - \frac{1}{2}qr}{q+r}$, dat is als $q + r$, tot $b - \frac{1}{2}r$, alſo q tot y.

Stelt P D ∞ de halve rechte zijde van P naer A, dan verdeelt

DA in't punt M ſoodanigh dat MA is tot MD als de dwerſche tot de rechte zijde, ghelijck hier volght: Treckt uyt A een rechte linie als AR, ſodanigh datſe met de rechte PA eenighen hoeck begrijpt, en in de ſelve ſteldt AG ghelijck de dwerſche, en GR ghelijck de rechte zijde, maer ſoo 't een Ellipſis waer ſoo ſoude men 't punt R, moeten ſtellen van G naer A, dan ghetrocken de rechte DR, en evenwijdigh met de ſelve de rechte GM, ten leſten ſteldt de ordentlijcke MC op MA, en ghetrocken de begheerde linie PC, die de kortſte is, die uyt P ghetrocken kan worden. Het volght dat PA altijdt meerder moet zijn, dan de halve rechte zijde.

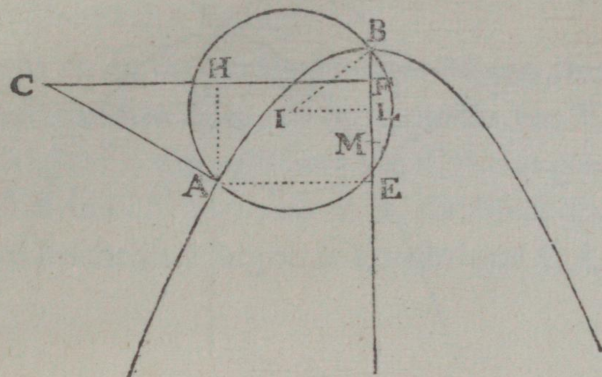
Wanneer 't ghegheven punt komt buyten den aſs der Keghel-ſneede, dan valt de werckinghe wat moeyelijcker, ſal derhalven, om ſoodanighe voorvallen te voldoen, yder Keghel-ſneede in 't beſonder by de handt nemen, en voor eerſt

Den Parabole.

Men begheert uyt 'et ghegheven punt C tot aen de gegheven Parabole A B, een rechte linie te trecken ſoo kort als 't mogelijck is.

Laet weſen BF ∞ c, de rechthoeckighe CF ∞ d, de rechte zijde ∞ r, AE ∞ x, ſoo is BE ∞ $\frac{xx}{r}$, en CA ∞ h.

Treckt

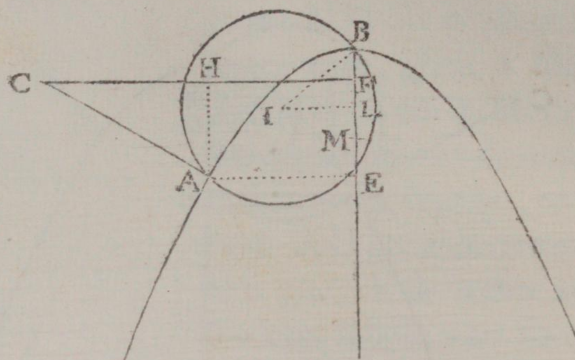


Treckt A E ∞ x, van C F ∞ d, rest C H ∞ $d - x$, en B F ∞ c, van B E ∞ $\frac{xx}{r}$, rest E F ∞ A H ∞ $\frac{xx}{r} - c$, Nu gheaddeert het vierkant op A H, tot 'et vierkant op C H, komt voor't vierkant op C A $\frac{x^4}{rr} - \frac{2cxx}{r} + xx - 2dx + cc + dd$, het welck is ghelijck hh, en om dat dese Vergelijckinghe, twee ghelijcke wortels heeft, daerom multipliceert de selve met een Arithmetische progressie, als hier volght.

$$\frac{x^4}{rr} - \frac{2cxx}{r} + xx - 2dx + cc + dd - hh \infty 0$$
$$4. \quad 2. \quad 2. \quad 1. \quad 0. \quad 0. \quad 0.$$
$$\frac{4x^4}{rr} - \frac{4cxx}{r} + 2xx - 2dx \quad * \quad \infty 0.$$ alles ghemultipliceert met rr, en ghedivideert door $4x$, komt

$$x^3 * - crx - \tfrac{1}{2}drr \infty 0$$
$$+ \tfrac{1}{2}rr$$

Soodanighe Verghelijckingh kan ontbonden worden, door een parabole en een rondt, nu om dat de tweede term ontbreeckt, daerom kan deselve parabole dienen. Want in 't besluyt van de Grondt der Meet-konst is ghevonden voor de Verghelijckinge van een rondt en een parabole malkander deur-snijdende



$$x^4 * -2abxx + 2aafx + aabb \infty 0.$$
$$+ aa \qquad\qquad + aaff$$
$$- aahh$$

Dese Verghelijckinghe moet maer van drie Dimensien zijn, daerom is de leste term $\infty 0$, dat is $bb + ff$ is ∞hh, 't selve gheeft te kennen, dat het rondt deur den top van den Parabole moet gaen, en men heeft dan

$$x^3 * - 2abx + 2aaf \infty 0$$
$$+ aa$$

de Verghelijckingh die wy hier vooren ghevonden hebben was

$$x^3 * - crx - \tfrac{1}{2}drr \infty 0$$
$$+ \tfrac{1}{2}rr$$

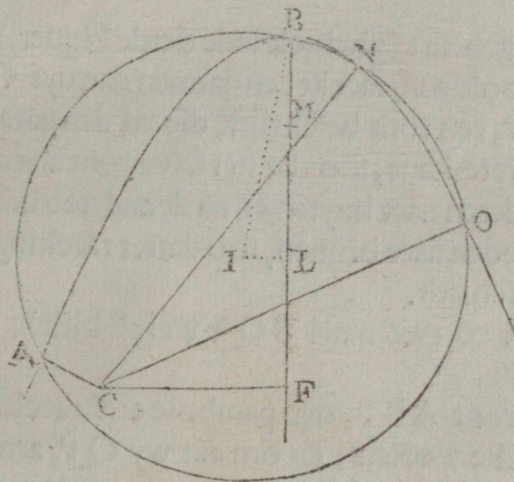
Wy stellen, om dat wy de ghegheven parabole willen ghebruycken de rechte zijde $a \infty$ de rechte zijde r, soo hebben wy twee quantiteyten te vinden, en hebben daer toe twee Verghelijckinghen, te weten

$$- 2ab + aa \infty - cr + \tfrac{1}{2}rr$$
en $$2aaf \infty - \tfrac{1}{2}drr.$$

Uyt d'eerste komt $b \infty \tfrac{1}{4}r + \tfrac{1}{2}c$, en uyt de tweede $f \infty - \tfrac{1}{4}d$. Om dat hier komt $- \tfrac{1}{4}d$, 't selve beteeckent, dat het middelpunt des

des rondts moet koomen aen de selve zijde van den ass, daer de weerde van x ghevonden wordt.

Hier volght nu de ontbindinghe door Linien, maeckt BM ghelijck de halve rechte zijde, en op 't midden van FM, steldt de rechthoeckighe IL ghelijck het $\frac{1}{4}$ van CF, dan getrocken op den half-middel-lijn IB het rondt AB, die snijdt den parabole in A, ten lesten beschrijft de begeerde kortste linie CA.



Hier moet men bemereken, in de tweede Figuer al-waert 't ghegheven punt C komt binnen den parabole, daer het rondt de selve noch snijdt in de twee plaetsen N en O, dat soo men op de half-middellijnen CO en CN, uyt het punt C ronden beschrijft, dat d' een den parabole sal aen-raecken aen de binnen-kant in 't punt O, en d'ander aen de buyten-kant in 't punt N.

Maer

Maer soo 't gebeurt (ghelijck inde derde Figuer,) dat het rondt A B den Parabole aen-raeckt, en datmen dan uyt C, op den half-middellijn C P, een ront beschrijft, die sal den parabole raken aen de binne en buyte-kant, soo dat het selve ront aen de zijde nae den top sal verwijderen naer buyten, en na de andere zijde sal de verwijderinge geschieden naer binnen, soo datter raeckingh en snijdingh te ghelijck geschiedt.

Dan is F R ∞ tweemael B Q 't welck blijckt uyt de volgende reeckeninghe.

Om dat 'et ront A B P, den parabole aen-raeckt, daerom zijnder twee gelijcke wortels, en om dat wy Q P, aenmercken voor een waere wortel, daerom stelt inde voorgaende vergelijckingh in plaets van $-\frac{1}{2}drr$ een $+$, en dan gemultipliceert met een Arithmetische progressie gelijck hier volght:

$$x^3 \quad * \quad -crx + \tfrac{1}{2}drr \ \infty\ 0.$$
$$+\tfrac{1}{2}rr$$
$$0. \quad 1. \quad 2. \quad 3.$$

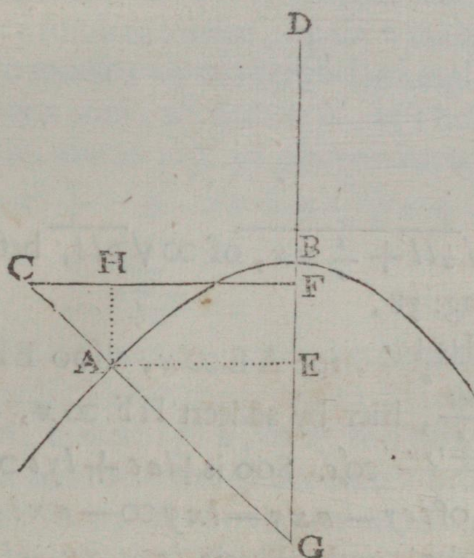
$$-2crx + \tfrac{3}{2}drr \ \infty\ 0. \ \text{ so is } x \ \infty\ \frac{3dr}{4c-2r}$$
$$+rr$$

voor Q P, nu als Q P tot Q R $\infty \frac{1}{2}r$, also C F ∞d, tot F R $\infty \frac{2}{3}c$

$\infty \frac{2}{3}c - \frac{1}{3}r$, ſo is BQ $\infty \frac{1}{3}c - \frac{1}{6}r$, want BF is ∞c, ſo is dan FR ∞ tweemael BQ. Hier mede ſal't genoegh zijn van den parabole, ſal nu den hyperbole laten volghen, om dat wy in't beſluyt van de Grondt der Meetkonſt, de vergelijckingh ghetoont hebben van een hyperbole en een rondt malkander deur-ſnijdende.

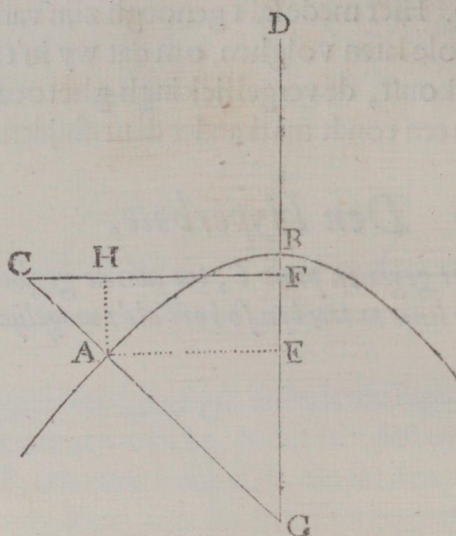
Den Hyperbole.

Men begeert uyt 'et gegeven punt C, tot aen de gegheven Hyperbole AB, een rechte linie te trecken ſo kort als't mogelijck is.



Laet weſen, van deſen Hyperbole de dwerſche ∞a, de rechte zijde ∞l, voorts de figuer bereydt hebbende als hier boven CF ∞c, BF ∞i, BD $\infty \frac{1}{2}a$, AE ∞x, BE ∞y, of $\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}} - \frac{1}{2}a$. of ſo men p ſteldt $\infty \frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$, $\infty \sqrt{paa} - \frac{1}{2}a$, GE ∞

$\frac{1}{2}la +$



$\frac{\frac{1}{2}la + ly}{a}$ of $\infty \sqrt{\frac{1}{4}ll + \frac{l}{a}xx}$, of $\infty \sqrt{pll}$, besiet de Grondt der Meet-konst pag: 38.

Als GE $\infty \frac{\frac{1}{2}la + ly}{a}$, tot AE $\infty\, x$, alsoo EF $\infty\, y - d$, tot CH $\infty \frac{axy - axi}{\frac{1}{2}la + ly}$, hier by addeert HF $\infty\, x$, komt CF $\infty \frac{axy - axi + \frac{1}{2}lax + lyx}{\frac{1}{2}la + ly} \infty\, c$. Soo is $\frac{1}{2}lac + lyc \infty axy - axi + \frac{1}{2}lax + lyx$, of $lcy - axy - lxy \infty - axi + \frac{1}{2}lax - \frac{1}{2}lac$, doet de y wech, dat is multipliceert $lc - ax - lx$, met $\sqrt{paa} - \frac{1}{2}a$, en treckt de Verghelijckingh van malkander, rest $lc\sqrt{paa} - ax\sqrt{paa} - lx\sqrt{paa} + \frac{1}{2}aax + aix \infty\, 0$, divideert alles door ax, komt $\frac{lc}{x}\sqrt{p} - a\sqrt{p} - l\sqrt{p} + \frac{1}{2}a + i \infty\, 0$, stelt g, inde plaets van $\frac{1}{2}a + i$, en m inde plaets van $l + a$, so heeft men $\frac{lc}{x}\sqrt{p} - m\sqrt{p} + g \infty\, 0$, of $\frac{lc}{x} - m\sqrt{p} \infty - g$,

dit

dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, komt $\frac{llcc}{xx} - 2\,\frac{mlc}{x} + mm$, in $p \infty gg$, of $llcc - 2\,mlcx + mm\,xx \infty \frac{gg\,xx}{p}$, doet de p wech, dat is ſteldt $\frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$ in de plaets van p, dan over 't kruys gemultipliceert, en de verghelijckingh van malkander ghetrocken, en dan door mm ghedivideert, komt

$$\begin{array}{l} x^4 - \frac{2lc}{m}x^3 + \frac{1}{4}la\,xx - \frac{1}{2}\frac{llca}{m}x + \frac{1}{4}\frac{l^3acc}{mm} \infty 0. \\ \qquad\qquad + \frac{llcc}{mm}xx \\ \qquad\qquad - \frac{lagg}{mm}xx \end{array}$$

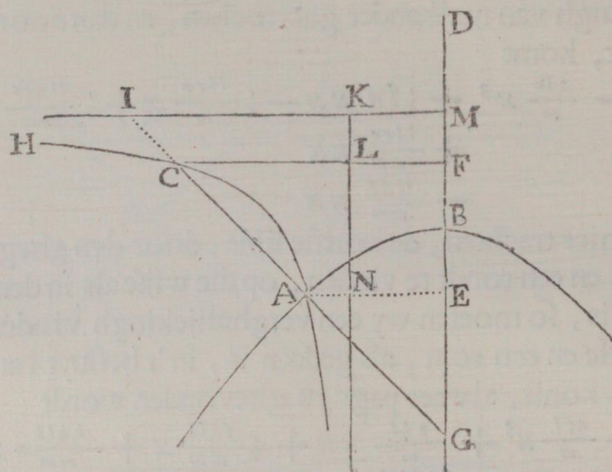
Soo wy hier trachten, de kortſte linie, door den ghegheven Hyperbole, en een rondt te vinden, op die wijſe als in den Parabole ghedaen is, ſo moeten wy een verghelijckingh vinden, van een Hyperbole en een ront, als gedaen is, in 't beſluyt van de Gront der Meet-konſt, alwaer pag: 58 ghevonden wordt

$$\begin{array}{l} x^4 + \frac{4fl}{m}x^3 + \frac{2kl}{m}xx + 4\frac{fkll}{mm}x + \frac{kkll}{mm} \infty 0 \\ \qquad\qquad + \frac{4ffll}{mm}xx \qquad\qquad\qquad - \frac{nnllaa}{mm} \\ \qquad\qquad - \frac{4nnla}{mm}xx \end{array}$$

Deſe vergheleecken, met de ghevonden vergelijckingh, ſo hebben wy vier Verghelijckinghen, en daer zijn maer drie onbekende quantiteyten, te weten f, n, en k, ſoo blijckt dat deſe kortſte Linie niet door een rondt kan ghevonden worden, gelijck in den Parabole, want ſoomender noch een onbekende quantiteyt by voeght, dat maeckt dat A E de weerde van x, veranderingh krijght.

Maer ſoo wy in de plaets van een rondt, een recht-hoeckighe Hyperbole nemen, dan kan 't gheſchieden, en men moet eerſt onderſoecken wat Vergelijckingh, dat een ghegheven Hyperbole, en een rechthoeckige Hyperbole malkander deur-ſnijdende, voortbrenght.

De ghegheven Hyperbole laet zijn AB, diens ass DBG, en de rechthoeckige Hyperbole HCA, diens noyt t'samen-komende IK en KN. Laet wesen van den ghegheven Hyperbole de



dwersche $\infty\ a$, de rechte zijde $\infty\ l$, AE $\infty\ x$, soo is DE ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}}$, voorts KM $\infty\ b$, DM $\infty\ e$, CF $\infty\ f$, en DF $\infty\ d$, so is AN $\infty\ x - b$, en FM ∞ KL $\infty\ d - e$.

Nu den rechthoeck op AN, NK zijnde $\overline{x-b}\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}} - ex + be$, is ghelijck den rechthoeck op CL, LK $\infty\ fd - bd + be - fe$, soo is $\sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}\ \infty\ \frac{ex + fd - bd - fe}{x - b}$, stelt h, in de plaets van $fd - bd - fe$, en menighvuldight aen weder-zijden in't vierkant, komt $\frac{\frac{1}{4}aal + axx}{l}\ \infty$ $\frac{eexx + 2hex + hh}{xx - 2bx + bb}$, dit over 't kruys ghemultipliceert, komt

$$ax^4 - 2abx^3 + abbxx - \tfrac{1}{2}aablx + \tfrac{1}{4}aabbl\ \infty\ eelxx + 2helx + hhl.$$
$$+ \tfrac{1}{4}aalxx$$

De verghelijckinghe van malkander ghetrocken, en door a ghedivideert, komt

$$x^4 - 2bx^3 + bbxx - \tfrac{1}{2}ablx + \tfrac{1}{4}albb \infty 0$$
$$+ \tfrac{1}{4}alxx - \frac{2hel}{a}x - \frac{hhl}{a}$$
$$- \frac{eel}{a}xx$$

Soo hebben wy hier vier Verghelijckinghen, en drie onbekende quantiteyten, te weten b, e, en h, maer om dat de weerde van h, bevattende twee onbekende quantiteyten f en d, in de derde en vierde verghelijckingh ghevonden wordt ∞ 0, daerom kan dit dienen.

Wy hebben $2b \infty \frac{2lc}{m}$, komt $b \infty \frac{lc}{m}$

$bb + \frac{1}{4}al - \frac{eel}{a} \infty \frac{1}{4}la + \frac{llcc}{mm} - \frac{lagg}{mm}$, ſtelt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, en de ghelijcke wech ghedaen komt $\frac{eel}{a} \infty \frac{lagg}{mm}$, ſoo is $e \infty \frac{ag}{m}$.

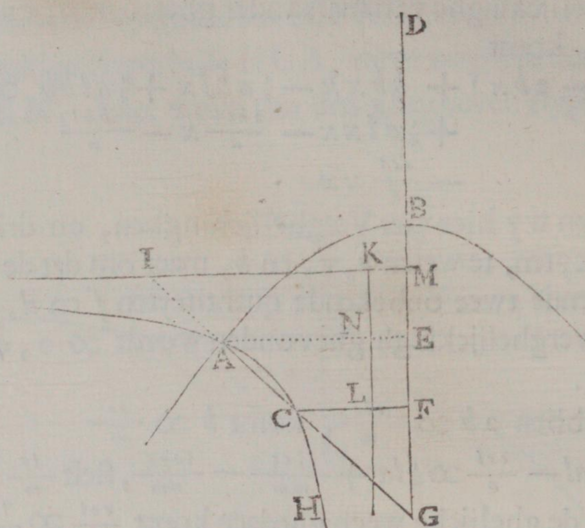
$-\frac{1}{2}abl - \frac{2hel}{a} \infty - \frac{\frac{1}{2}llca}{m}$, ſtelt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, en $\frac{ag}{m}$, inde plaets vā e, komt $\frac{\frac{1}{2}llca}{m} + \frac{2hgl}{m} \infty \frac{\frac{1}{2}llca}{m}$, ſo is $h \infty 0$.

$\frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm} - \frac{hhl}{a} \infty \frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm}$, komt wederom $h \infty 0$. Steldt nu $fd - fe - bd$, in de plaets van h, ſoo is $fd - fe - bd \infty 0$, doet de b en e wech, komt $fd \infty \frac{fag}{m} + \frac{lcd}{m}$, of $fdm \infty fag + lcd$, ſteldt $a + l$ in de plaets van m, ſoo komter $fad + lfd \infty fag + lcd$, ſoo is dan $d \infty g$, en $f \infty c$.

Wy hebben dan ghevonden KM $\infty b \infty \frac{lc}{m}$, en DM $\infty e \infty \frac{ag}{m}$, ſteldt $a + l$, in de plaets van m, ſoo is KM $\infty \frac{lc}{a+l}$, en DM $\infty \frac{ag}{a+l}$, dat is

als $a + l$, tot l, alſoo CF ∞c, tot KM $\infty \frac{lc}{a+l}$, ende

als $a + l$, tot a, alſoo DF ∞g, tot DM $\infty \frac{ag}{a+l}$, ſo is CL tot LF, als mede DM, tot MF, als a tot l.

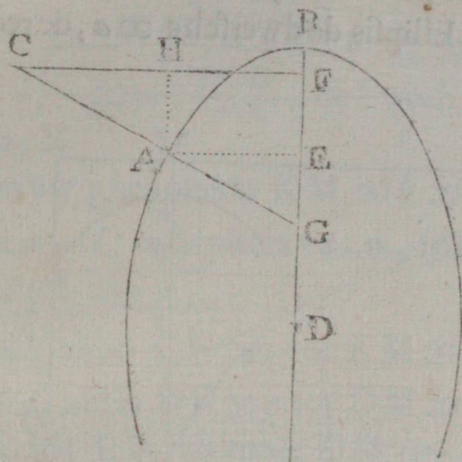


Om dit door Linien te ontbinden, soo moet men DF, en CF verdeelen in M, en in L, alsoo dat DM, is tot MF, soo mede CL, tot LF, als de dwersche tot de rechte zijde, dan ghetrocken IM, en KLN, voorts beschreven tusschen de noyt-t'samen-komende IK, KN deur 't ghegheven punt C, den Hyperbole HCA, die snijdt den ghegheven Hyperbole in 't punt A, soo is CA de begheerde kortste Linie, diemen uyt het punt C, tot den ghegheven Hyperbole AB trecken kan.

Den Ellipsis.

Men begheert uyt 'et ghegheven punt C, tot aen de ghegheven Ellipsis AB, een rechte Linie te trecken, soo kort als 't moghelijck is.

Laet



Laet wesen de dwersche $\infty\, a$, de rechte zijde $\infty\, l$, CF $\infty\, c$, BF $\infty\, i$, BD $\infty\, \frac{1}{2}a$, DF $\infty\, g$, AE $\infty\, x$, BE $\infty\, y$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{paa}$, so is $p \infty \frac{1}{4} - \frac{xx}{la}$, GE $\infty\, \frac{\frac{1}{2}la - ly}{a}$, of $\infty \sqrt{\frac{1}{4}ll - \frac{lxx}{a}}$, of $\infty \sqrt{pll}$, en $a - l$ $\infty\, m$.

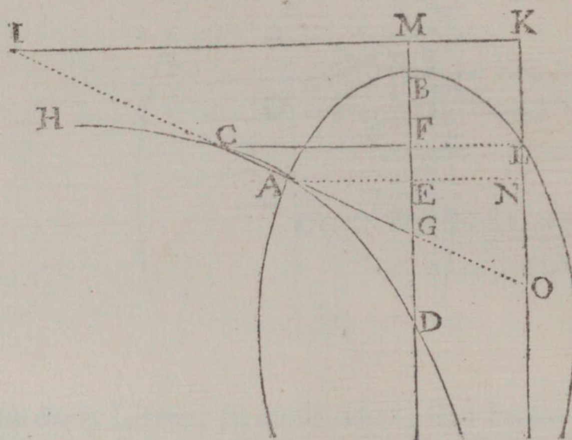
Voorts ghewerckt als in den Hyperbole ghedaen is, men verkrijgt,

$$x^4 + \frac{2lc}{m}x^3 + \frac{llcc}{mm}xx - \frac{\frac{1}{2}llac}{m}x - \frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm} \infty\, 0$$
$$- \tfrac{1}{4}la\,xx$$
$$+ \frac{ggla}{mm}xx$$

Wy sullen wederom een Verghelijckingh soecken, al-waer een recht-hoeckighe Hyperbole, en een Ellipsis, malkander deur-snijden, even op de selve wijse als in den Hyperbole ghedaen is.

Den

Den Ellipsis zy AB, diens ass DB, en de rechthoeckighe Hyperbole HCA, diens noyt-t'samen-komende IK en KO, laet wesen van den Ellipsis de dwersche ∞ a, de rechte zijde ∞ l,



AE ∞ x, soo is DE ∞ $\sqrt{\tfrac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, voorts MK ∞ b, DM ∞ e, CF ∞ c, DF ∞ g, soo is AN ∞ $x + b$, EM ∞ KN ∞ $e - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, CL ∞ $c + b$, en FM ∞ KL ∞ $e - g$, Nu den rechthoeck op CL, LK, is gelijck den rechthoeck op AN, NK, Wijders ghewerckt als in den Hyperbole ghedaen is verkrijght men ten lesten

$$x^4 + 2bx^3 + bbxx - \tfrac{1}{2}ablx - \tfrac{1}{4}abbl \infty 0.$$
$$- \tfrac{1}{4}al\,xx + \frac{2bel}{a}x + \frac{bbl}{a}$$
$$+ \frac{eel}{a}xx$$

Soo is $2b \infty \frac{2lc}{m}$, en $b \infty \frac{lc}{m}$.

bb —

$bb - \frac{1}{4}al + \frac{eel}{a} \infty \frac{llce}{mm} - \frac{1}{4}la + \frac{ggla}{mm}$, ſteldt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, komt $e \infty \frac{ag}{m}$.

$-\frac{1}{2}abl + \frac{2hel}{a} \infty - \frac{\frac{3}{2}llac}{m}$, de b en e wech gedaen, komt $h \infty o$.

$-\frac{1}{4}abbl + \frac{bbl}{a} \infty - \frac{\frac{3}{4}l^3ace}{mm}$, de b wech gedaen, komt wederom $h \infty o$.

Soo hebben wy ghevonden K M $\infty b \infty \frac{lc}{m}$, en D M $\infty e \infty \frac{ag}{m}$, ſteldt $a - l$, in de plaets van m, ſoo is K M $\infty \frac{lc}{a-l}$, en D M $\infty \frac{ag}{a-l}$, dat is,

als $a - l$, tot l, alſoo C F ∞c tot K M $\infty \frac{lc}{a-l}$, ende

als $a - l$, tot a, alſoo D F ∞g tot D M $\infty \frac{ag}{a-l}$.

Soo is C L tot L F, als mede D M tot M F, als a tot l, dan is C L, M F ∞ D M, L F, dat gheeft te kennen dat het center D, komt in den Hyperbole H C A.

Deur linien wordt dit aldus ontbonden, maeckt D M tot M F, ſoo mede C L, tot L F, als de dwerſche tot de rechte zijde, dan ghetrocken I M K evenwijdig met C F, en K L O evenwijdig met B D, dan beſchreven deur 't gegeven punt C, tuſſchen de noyt-t'ſamenkomende I K, K O, den Hyperbole H C A, die ſnijdt den ghegheven Ellipſis in A, dan getrocken de begeerde kortſte linie C A. Die hier meerder van begheert, beſiet het vijfde Boeck *Apollonij Pergæi*.

III.

Dese kromme Linie A F B, beschreven zijnde in't half ront ABC, is soodanigh van natuer, dat waer men op de Linie A C, de recht-hoeckige E F steldt, altijdt C E, is tot E G, als A E tot E F, te vinden waer F G, op sijn grootste is.

Steldt den middel-lijn A C $\infty\, a$, AE $\infty\, y$, EF $\infty\, x$, soo is EC $\infty\, a-y$, en GE $\infty \sqrt{ay-yy}$.

Nu als CE tot EG, alsoo AE $\infty\, y$, tot EF $\infty \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$ $\infty\, x$, dit ghetrocken van GE $\infty \sqrt{ay-yy}$, soo komt GF $\infty \sqrt{ay-yy} - \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$, dese GF, moet men hebben op sijn grootste, die ick stel $\infty\, h$, soo is $\sqrt{ay-yy} - \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$ $\infty\, h$, dit multiplic. aen wederzijden in't vierkant komt $\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a-y}$ $\infty\, hh$, nu over't kruys en de verghelijckinghe van malkander ghetrocken soo komt ten lesten

$-hha$

$$\begin{array}{l} -hha + aay - 4ayy + 4y^3 \infty\ 0. \\ \quad +hhy \\ \quad 0. \quad 1. \quad 2. \quad 3. \end{array}$$

Dit gemult. met een Aritm. progressie, om dat 'er twee ghelijcke wortels zijn.

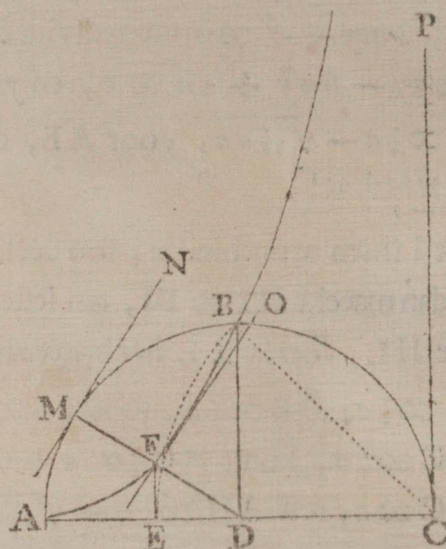
komt $hhy + aay - 8ayy + 12y^3$, so is $hh \infty -aa + 8ay - 12yy$, dit is gelijck de hh hier voor ghevonden, so is dan $\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y} \infty -aa + 8ay - 12yy$, dit over 't kruys gemult. en de verghelijckinghe van malkander ghetrocken komt $8y^3 - 16ayy + 8aay - a^3 \infty 0$, dit gedivideert door $2y - a$, soo heeft men $4yy - 6ay + aa \infty 0$, en $yy - \frac{3}{2}ay + \frac{1}{4}aa \infty 0$, soo is $y \infty \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, voor AE, en $h \infty$ de grootste $\infty \sqrt{\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y}}$.

Om dit door Linien te ontbinden, soo deeldt CD in tween ghelijck in I, dan maeckt HI ∞ BI, ten lesten ghetrocken de rechthoeckighe HL, soo is KL het begeerde.

Want DI is $\infty \frac{1}{4}a$, DB $\infty \frac{1}{2}a$, so is BI ∞ IH $\infty \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, hier by doet IC $\infty \frac{1}{4}a$, komt HC $\infty \frac{1}{4}a + \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, dit ghetrocken van AC ∞a, rest AH $\infty \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$.

IV.

Dese kromme Linie is van natuer als de lest-voorgaende, men begheert twee evenwydighe Linien te trecken als MN en FO, soodanigh dat d'een het rondt AMB, en d'ander de kromme Linie AFB aen-raeckt.



Steldt AC $\infty\, a$, AE $\infty\, y$, so is ED $\infty\, \frac{1}{2}a - y$, en EF $\infty \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$. Addeert het vierkant op ED, tot 'et vierkant op EF, komt voor 't vierkant op FD, $\frac{\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}aay + 2ayy}{a-y}$, het selve stel ick ghelijck te zijn, met 'et vierkant op de kortste die ick stel $\infty\, hh$, de verghelijckingh over 't kruys ghemultipliceert,

pliceert, en van malkander ghetrocken rest

$$+\tfrac{1}{4}a^3 - 1\tfrac{1}{4}aay + 2ayy \propto 0,$$
$$-abb + \quad bby$$
$$0. \qquad 1. \qquad 2.$$

Dit ghemultipliceert met een Arithmetische progressie, om datter twee ghelijcke wortels zijn.

$bb - 1\frac{1}{4}aa + 4ay \propto 0$, so is $bb \propto 1\frac{1}{4}aa - 4ay$, 't welck is ghelijck de bb, hier voor ghevonden, soo is

$1\frac{1}{4}aa - 4ay \propto \frac{\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}aay + 2ayy}{a-y}$, dit over 't kruys ge-multipliceert de verghelijckingh van malkander ghetrocken, en door $2a$ ghedivideert, komt $yy - 2ay + \frac{1}{2}aa \propto 0$, soo is $y \propto a - \sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

Om dit door Linien te doen, soo maeckt EC ∞ BC, en treckt de recht-hoeckighe EF, dan de rechte DFM, en ten lesten deur de punten F, en M, de begheerde evenwijdighe Linien MN, en FO, beyde rechthoeckigh met DM.

Merckt dese kromme Linie AFB, en de rechte CP naerderen malkander, maer komen noyt t'samen.

V.

Dese kromme Linie AED, zijnde een Schulp-treck, is beschreven door de verschuyvingh van de Linie DC, die altijdt naer 't punt A streckt, langhs het halfrondt ABC, men vraeght naer zijn grootste breedte.

Steldt DC ∞ a, AC ∞ b, EF ∞ x, AF ∞ y, en AE ∞ z.

Als AC $\infty\, b$, tot AB $\infty\, z + a$, alsoo AE $\infty\, z$, tot AF $\infty\, y$, soo is $\frac{zz + az}{b} \infty\, y$, en $zz + az - by \infty\, o$, de weerde van z is dan $\infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, voor AE, van diens vierkant zijnde $\frac{1}{2}aa + by - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, treckt het vierkant op AF $\infty\, yy$, rest het vierkant op EF ofte $xx \infty \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, wanneer men steldt dat de grootste breedte doet b, soo is $\frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by} \infty\, bb$, ofte $\frac{1}{2}aa + by - yy - bb \infty\, a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de vergheliјckingh van malkan-

malkander ghetrocken, ſoo bekomt men

$$\begin{array}{llll} y^4 - 2by^3 & - aayy & - 2bbby & - aabb \infty 0, \\ & + bbyy & & + b^4 \\ & + 2bbyy & & \\ 4. \quad 3. & 2. & 1. & 0. \end{array}$$

Dit ghemult. met een Arithm. prog. om datter 2 gelijcke wortels zijn.

$$\begin{array}{lll} 4y^3 - 6byy & - 2aay & - 2bbb \infty 0, \text{ ſo is } 2y^3 - 3byy - aay \infty \\ & + 2bby & \qquad\qquad + bby \\ & + 4bby & \end{array}$$

$bbb - 2bby$, alles ghedivideert door $b - 2y$, ſoo komt 'er $\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \infty bb$, hier vorens was $\frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by} \infty bb$, Daerom is $\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \infty \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit over 't kruys gemultipliceert en de gelijcke wech gedaen, komt $\frac{1}{2}aab \infty \overline{ab - 2ay}\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit gedivideert door $ab - 2ay$, komt $\frac{\frac{1}{2}aab}{ab - 2ay} \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, ſo heeftmen $\frac{\frac{1}{4}a^4bb}{aabb - 4aaby + 4aayy} \infty \frac{1}{4}aa + by$, nu in't kruys, en de vergelijcking van malkander getrocken komt $4aaby^3 + a^4yy - a^4by \infty 0$

$$\qquad\qquad - 4aabbyy + aab^3y$$

dit ghedivideert door $4aaby$, ſoo komt ten laetſten

$$\begin{array}{ll} yy + \frac{1}{4}\frac{aa}{b}y - \frac{1}{4}aa \infty 0, & \text{en } y \infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}} \\ \quad - \quad b \quad y + \frac{1}{4}bb & \text{of } y \infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} + \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}} \end{array}$$

Hier boven was het vierkant van de grootſte breedte $bb \infty \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, de y dan wech ghedaen ſo heeft men het begheerde.

Om dit door Linien te ontbinden, ſoo deeldt AC in tween ghelijck in G op 't ſelve punt G, ſteldt de rechthoeckige GH, gelijck 't een vierde van DC, dan maeckt HI evenwijdigh met AC,

AC, gelijck HG, en ſtelt de wijdte GI, in de verlenghde HG, van G in K, voorts ghetrocken HC, en op de ſelve rechthoec-kigh HO, dan ſtelt de ſpatie OK, van O in L, en ghetrocken de rechthoeckige LN, ſo heeftmen de grootſte breete van de krom-me linie AND, maer ſo men de ſpatie OK, ſtelt van O in M, ſo heeftmen de plaets van de grootſte breedte van de kromme linie, die op deſelve wijſe, buyten het half rondt beſchreven wordt, te weten MQ.

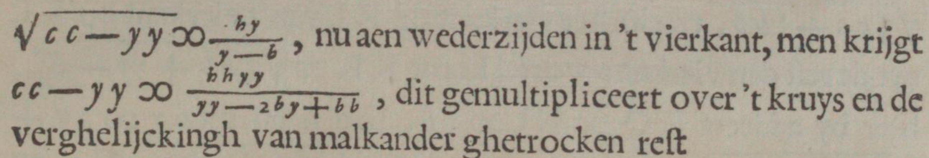
Want CG $\infty \frac{1}{2} b$, is tot GH $\infty \frac{1}{4} a$, als GH $\infty \frac{1}{4} a$, tot $\frac{1}{8} \frac{aa}{b}$ voor OG, voorts addeert de vierkanten op HG, en HI, t'ſamen komt het vierkant op GI ∞ GK $\infty \frac{1}{8} aa$, hier by addeert 't vier-kant op OG $\infty \frac{1}{8} \frac{aa}{b}$, komt het vierkant op OK $\infty \frac{1}{8} aa + \frac{1}{64} \frac{a^4}{bb}$, hier uyt den vierkantwortel, ſo is OK ∞ OL $\infty \sqrt{\frac{1}{8} aa + \frac{1}{64} \frac{a^4}{bb}}$. Treckt OG, van AG $\infty \frac{1}{2} b$, reſt AO $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{8} \frac{aa}{b}$, hier weder-om van getrocken OL $\infty \sqrt{\frac{1}{8} aa + \frac{1}{64} \frac{a^4}{bb}}$, ſoo komt AL $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{8} \frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8} aa + \frac{1}{64} \frac{a^4}{bb}}$, en ſo veel is mede de weerde van y.

VI.

Deſe kromme linie BDC, zijnde een Schulptreck, is beſchreven door de verſchuyving vande linie ED, die altijt in't punt C blijft, langs de rechte linie EG, men vraeght naer de grootſte breedte.

Steldt AC ∞b, AB ∞ ED ∞c, AF ∞y, FD ∞x, Dan ge-trocken het vierkant op DG, zijnde yy, van 't vierkant op ED. zijnde cc, reſt het vierkant op EG $\infty cc - yy$, hier uyt den vier-kantwortel, komt EG $\infty \sqrt{cc - yy}$. Nu als DG ∞y, tot EG $\infty \sqrt{cc - yy}$, alſoo FC $\infty y - b$, tot FD ∞x, ſoo is $x \infty \frac{y - b}{y} \sqrt{cc - yy}$, ſteldt de grootſte breedte ∞h, ſoo heeft men $\frac{y - b}{y} \sqrt{cc - yy} \infty h$, alles ghemultipliceert met $\frac{y}{y - b}$, komt

$\sqrt{cc -}$



$\sqrt{cc - yy} \infty \frac{hy}{y-b}$, nu aen wederzijden in 't vierkant, men krijgt $cc - yy \infty \frac{hhyy}{yy - 2by + bb}$, dit gemultipliceert over 't kruys en de verghelijckingh van malkander ghetrocken rest

$$\begin{array}{l} y^4 - 2by^3 + bbyy + 2bccy - bbcc \infty 0, \\ \qquad\qquad - ccyy \\ \qquad\qquad + hhyy \end{array}$$

Dit ghemult. met een Arithm. prog. om datter 2 gelijcke wortels zijn.

$$\begin{array}{l} 4. \quad 3. \quad 2. \qquad 1. \qquad 0. \\ \hline 4y^3 - 6byy + 2bby + 2bcc \qquad \infty 0 \\ \qquad\qquad - 2ccy \\ \qquad\qquad + 2hhy \end{array}$$

Soo is $-2y^3 + 3byy - bby + ccy - bcc \infty hhy$, en $\frac{-2y^3 + 3byy - bby + ccy - bcc}{y} \infty hh$, hier vorens was $h \infty \frac{y-b}{y}$ in $\sqrt{cc - yy}$, diens vierkant hh is dan $\infty \frac{-y^4 + 2by^3 \begin{smallmatrix} -bb \\ +cc \end{smallmatrix} yy - 2bccy + bbcc}{yy}$.

Dese twee weerdens van hh zijn malkander gelijck, multipliceert

 de

de vergelijckingh in't kruys, en trecktſe van malkander, ſo komter $-y^4 + by^3 + bccy - bbcc \infty 0$, dit gedivideert deur $y - b$, ſo heeftmen $-y^3 + bcc \infty 0$, en $y^3 \infty bcc$, ſoo is $y \infty \sqrt{C.\, bcc}$. De weerde van y ghevonden hebbende, ſoo is de halve grootſte breedte $b \infty \frac{y-b}{y} \sqrt{cc - yy}$.

Om dit door Linien te vinden, ſo beſchrijft uyt A als top, op de rechte zijde A B, den parabole A K O, maeckt A P ∞ A B, en treckt de linie C P, dan beſchreven op den middel-lijn C P, het rondt A C P, die ſnijt den parabole in't punt K, treckt deur 't ſelve punt, de begeerde linie L M, die de grootſte halve breedte is.

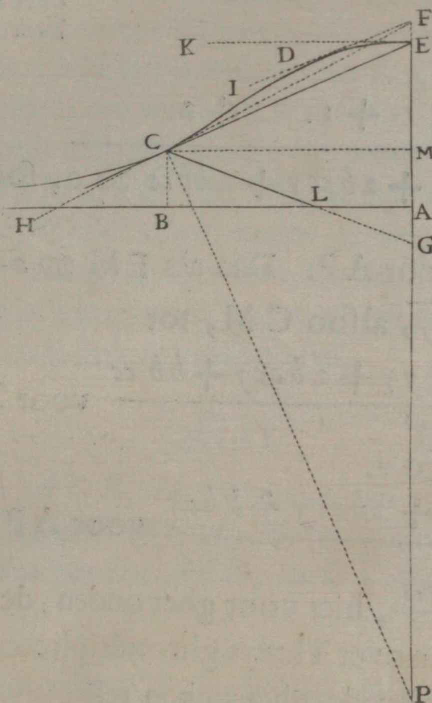
Want A Q is $\infty \frac{yy}{c}$, dit treckt van A H $\infty \frac{1}{2}c$, reſt Q H ∞ R I $\infty \frac{1}{2}c - \frac{yy}{c}$. Addeert de vierkanten A C, en A P t'ſamen, uyt de ſom den vierkant-wortel komt C P $\infty \sqrt{cc + bb}$, ſo is I K $\infty \sqrt{\frac{1}{4}cc + \frac{1}{4}bb}$, treckt het vierkant op R I, van 't vierkant op K I, uyt de reſt den vierkant-wortel komt K R $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$, hier by addeert R Q ∞ H I $\infty \frac{1}{2}b$, ſoo heeft men $y \infty \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$, ſoo is $y - \frac{1}{2}b \infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + yy - \frac{y^4}{cc}}$, en $y^3 \infty bcc$.

VII.

Deſe kromme linie C D E, zijnde een Schulp-treck, is beſchreven door de verſchuyvinge van de linie C L, die altijdt naer 't punt G ſtreckt, langhs de rechte linie A B, men begheert uyt den top E, de raeckende E C, te trecken.

Stelt G A ∞b, A F ∞ L C ∞c, C M of A B ∞x, M A of B C ∞y, A P ∞v, en P C ∞s, ſoo is P M $\infty v + y$, diens vierkant $vv + 2vy + yy$, het ſelve getrocken van 't vierkant P C ∞ss, reſt het vierkant op C M $\infty ss - vv - 2vy - yy$, zijnde ∞xx.

Voorts



Voorts treckt het vierkant op B C, van't vierkant op C L, rest het vierkant op B L $\infty\ cc - yy$, so is B L $\infty\ \sqrt{cc - yy}$.

Nu als B C $\infty\ y$, tot B L $\infty\ \sqrt{cc - yy}$, alsoo A G $\infty\ b$, tot $\frac{b}{y}\sqrt{cc - yy}$ voor A L, addeert A L tot B L, komt A B ∞ $\frac{b+y}{y}\sqrt{cc - yy}$, diens vierkant is $\frac{-y^4 - 2by^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix} yy + 2bccy + bbcc}{yy}$ gelijck de voor-gevonden $ss - vv - 2vy - yy$, dit over 't kruys gemultipliceert en de vergelijcking van malkander getrockẽ, rest

$$\begin{array}{llll} +2vy^3 & -bbyy & +2bccy & +bbcc \infty 0, \\ -2b & +cc & & \\ & -ss & & \\ & +vv & & \\ -1. & 0. & +1. & +2. \end{array}$$

Dese gemultiplic. met een Arithm. progressie om datter twee gelijcke wortels zijn.

---

komt $\begin{smallmatrix}-2vy^3\\+2by^3\end{smallmatrix} * +2bccy+2bbcc \infty 0$, soo is v ghelijck $\frac{by^3+bccy+bbcc}{y^3}$ voor AP. Dan als EM ∞ $c-y$, tot CM $\infty \frac{b+y}{y}\sqrt{cc-yy}$, alsoo CM, tot $\frac{-y^4-2by^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix} yy+2bccy+bbcc}{cyy-y^3}$ voor MP, hier van ghetrocken AM ∞ y.

rest $\frac{\begin{smallmatrix}-2b\\-c\end{smallmatrix}y^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix}yy+2bccy+bbcc}{cyy-y^3}$ voor AP, 't selve is gelijck $\frac{by^3+bccy+bbcc}{y^3}$, hier voor ghevonden, de noemers door yy ghemindert, dan over 't kruys ghemultipliceert en de verghelijckinghen van malkander ghetrocken rest

$\begin{smallmatrix}+b\\+c\end{smallmatrix}y^4 \begin{smallmatrix}+bb\\-cc\\+bc\end{smallmatrix}y^3 - 3bccyy \begin{smallmatrix}-2bbcc\\+bc^3\end{smallmatrix}y + bbc^3 \infty 0$, dit gedivideer door $y-c$, komt $\begin{smallmatrix}+b\\+c\end{smallmatrix}y^3 \begin{smallmatrix}+bb\\+2bc\end{smallmatrix}yy \begin{smallmatrix}+bbc\\-bcc\end{smallmatrix}y - bbc \infty 0$, steldt $b+c \infty d$, so heeft men $y^3 + \begin{smallmatrix}\frac{bb}{d}\\+2\frac{bc}{d}\end{smallmatrix}yy + \begin{smallmatrix}\frac{bbc}{d}\\-\frac{bcc}{d}\end{smallmatrix}y - \frac{bbcc}{d} \infty 0$.

de weerde van y, kan gevonden worden door een parabole en een ront, deselve gevonden hebbende, so is $x \infty \frac{b+y}{y}\sqrt{cc-yy}$.

Hier bemerckt men, dat men uyt een selve punt twee besondere raeckende Linien kan trecken, om dat dese kromme linie tweederley bochten heeft, d'een hol d'ander bol, ghelijck alhier ko-

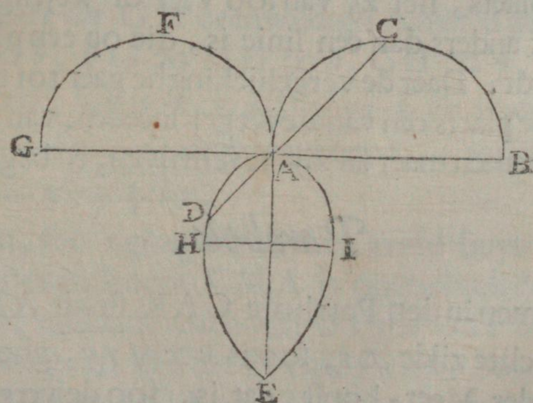
men

men beyde de raeckende linien C E en K E, in 't punt E, so is't mede gheleghen met 'et punt F, dat een weynigh buyten E is, uyt welck punt F, men treckt de twee raeckende Linien H F en I F, maer den hoeck I F H is kleynder, dan den hoeck K E C, soo men 't punt F, noch een weynigh verder van E steldt, dan sal den hoeck I F H noch kleynder wesen, tot dat deselve eyndelijck, so de raeckingh in 't keer-punt (dat is het punt, daer de holligheydt van de bolligheydt af-scheydt) komt, te niet loopt, en soo men 't punt F noch verder van E wil stellen dan 't punt uyt welck de raeck-lijn komt in 't keer-punt hoe weynigh het oock is, dan salder gheen raeckende linie te vinden zijn.

VIII.

De kromme linie A D E, is beschreven, door de verschuyvingh van de linie C D ∞ A B of G A, die altijdt deur 't punt A gaet, langhs de halve ronden A C B, en G F A, de grootste breedte H I te vinden.

De grootste breedte H I, is ghelijck de helft van A B.



HET

HET
VIERDE DEEL,
Van de ontbindinghe der Werck-ſtucken, daer een dingh te weynigh ghegheven is.

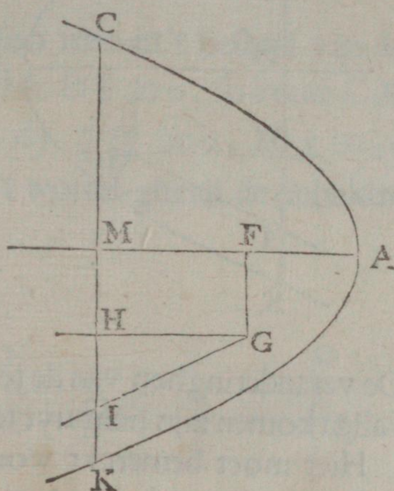
Anneerder in een Werck-ſtuck, een dingh te weynigh ghegheven is, ſo reſteerter in 't ontbinden een onbekende quantiteyt, daer gheen vergheliȷckingh toe gevonden kan worden, en men mach dan (naer het de natuur van 't Werck-ſtuck vereyſcht) ſulcken ghetal of linie daer voor ſtellen, alſmen begeert, ſo dat men voor de begeerde plaets in ſtee van een punt een linie vindt, en ſoo de vergeliȷckingh is van een Dimenſie, ſo is de plaets een rechte linie, ſoo de vergheliȷckingh loopt tot twee Dimenſien, ſoo is 't een kromme linie van 't eerſte gheſlacht, drie Dimenſien van 't tweede, en ſoo voorts. De Ouden hebben oneyghentliȷck gheſchreven van vlacke en lichameliȷcke plaetſen, vermidts de plaets, het zy van ſoo veel of weynigh Dimenſien als 't wil, niet anders dan een linie is, die op een plat vlack beſchreven wordt. Daer de vergeliȷckinghe gaet tot twee Dimenſien, daer is de plaets een van de Kegel-ſneeden, van welcke plaetſen ons voornemen maer ſal zijn te ſchrijven, en begin aen de

Parabole.

Wanneer men in den Parabole CAK ſteldt AM ∞ y, MC ∞ x, en de rechte zijde ∞ r, ſoo is $x \infty \sqrt{ry}$, ghelijck te ſien is in de Grondt der Meet-konſt, dat is, ſoo de vergheliȷckinghe komt

komt $x \infty \sqrt{ry}$, dan is de plaets een Parabole.

Men moet hier bemercken, dat y begint in een bepaelt punt zijnde in dit voorval den top der Parabole, als in A, en x begint van 't onbepaelde punt M in den as.



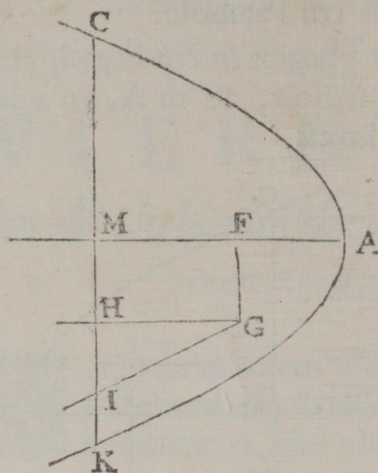
Maer so men het bepaelde punt uyt welck y begint steldt buyten den top, dat gheeft dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt komt in den as, buyten den top, als hier in F, en datmen stelt AF $\infty\, b$, FM $\infty\, y$, MC $\infty\, x$, de rechte zijde $\infty\, r$, en AM $\infty\, z$, soo komt $x \infty \sqrt{rz}$, en wanneer men $y + b$, in de plaets van z steldt, $x \infty \sqrt{ry + br}$, voor MC, maer soo 't punt M staet tusschen F en A, dan steldt men $b - y$, en soo 't punt A, staet tusschen M en F, dan schrijft men $y - b$ in de plaets van z.

Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten den as, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met d'as, en dat men steldt AF $\infty\, b$, FG ∞ MH $\infty\, d$, GH $\infty\, y$, HC $\infty\, x$, de rechte zijde $\infty\, r$, soo is $x \infty d + \sqrt{ry + br}$ voor HC, soo is HK $\infty \sqrt{ry + br} - d$, maer wanneer C is tusschen M en H, dan is $x \infty d - \sqrt{ry + br}$.

Ten derden, soo 't ghegheven punt komt buyten den as, en dat den ghegheven hoeck CMA is onghelijck den ghegheven hoeck CIG, en dat de reden van GI tot GH bekendt is, die ick stel als f tot g, en GI tot HI als f tot h. Soo dan doet AF $\infty\, b$, FG ∞ MH $\infty\, d$, GI $\infty\, y$, IC $\infty\, x$, en de rechte zijde $\infty\, r$,

soo



ſoo is f tot g, als GI $\infty\, y$, tot HG ∞ MF $\infty \frac{gy}{f}$, en als f tot h, alſoo y tot $\frac{hy}{f}$, voor HI, hier by addeert HM $\infty\, d$, ſoo is IM $\infty\, d + \frac{hy}{f}$, Wijders addeert AF $\infty\, b$, tot MF $\infty \frac{gy}{f}$, komt AM $\infty\, b + \frac{gy}{f}$, ſoo is MC $\infty \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, hier by ghedaen MI $\infty\, d + \frac{hy}{f}$, komt $x \infty d + \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$ voor CI, ſo is IK $\infty \sqrt{br + \frac{gry}{f}} - \overline{d + \frac{hy}{f}}$.

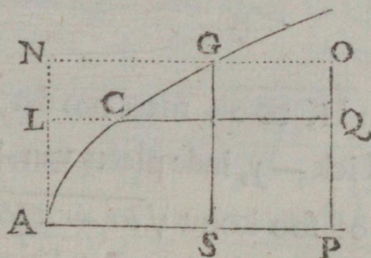
De veranderinghen van de teeckens + en —, dieder in alle voorvallen komen zijn licht uyt te vinden.

Hier moet bemerckt worden, ſoo men een Werck-ſtuck tot een vierkant-verghelijckingh ghebracht heeft, dat diens wortel altijdt een binomium is, of ten zy dat de tweede term ontbreeckt, en MC is altijdt van 't ſelve binomium het wortel-getal, voorts wanneerder in 't ſelve wortelgetal geen onbekende quantiteyt gevonden wordt, dan van een Dimenſie, dat geeft te kennen, dat de plaets een parabole is.

Deſcartes Geometrie, pag: 329. Als by voorbeelt, ſo men heeft $x \infty m - \frac{n}{z} y + \sqrt{mm + oy}$, om dat hier in 't wortel-getal, gheen hoogher onbekende quantiteyt ghevonden wordt dan y, dat geeft te kennen, dat de plaets een parabole is. Om nu de rechte zijde van den ſelven te vinden, ſoo hebben wy hier vooren, wanneer 't punt I komt tuſſchen H en M, en F tuſſchen A en M, $x \infty d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$. Soo is voor eerſt $m \infty d$, $n \infty h$, $z \infty f$, $a \infty g$, daer-en-boven heeft men noch twee verghelijckinghen te weten $mm \infty br$, en

$o \infty \frac{gr}{f}$, soo is $o \infty \frac{ar}{z}$, en $\frac{oz}{a} \infty r$. In de eerste vergelijcking doet de r wech, komt $mm \infty \frac{boz}{a}$, soo is $\frac{amm}{oz} \infty b$, so hebben wy ghevonden de rechte zijde $\infty \frac{oz}{a}$, en de distantie A F $\infty \frac{amm}{oz}$.

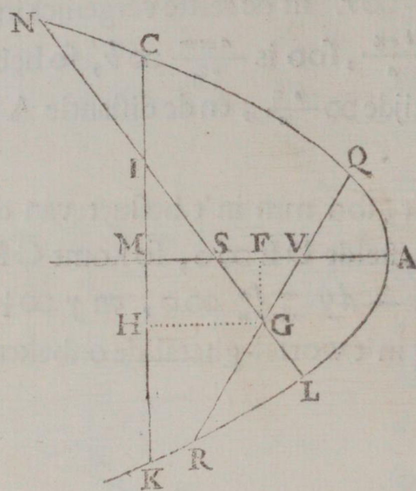
Volght noch een voorbeeldt, soo men in't besluyt van de Grondt der Meet-konst pag: 62. steldt D E ∞ o, so komt C M of $x \infty \frac{-yy+dy+fn}{n}$, so is $yy - dy \mp fn \pm xn \infty 0$, en $y \infty \frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fn - nx}$, om dat in't wortel-ghetal de onbekende quantiteyt x, maer een Dimensie heeft, dat gheeft te kennen, dat de plaets of kromme linie een parabole is, dese dan vergeleecken met de tweede soort, in welck ick stel F G ∞g, zijnde $y \infty g + \sqrt{br - rx}$, dan komt M tusschen F en A, soo heeft men $g \infty \frac{1}{2}d$, voor PO ∞ GS, $r \infty n$, dat is de rechte zijde ∞n, voorts $br \infty \frac{1}{4}dd + fn$, so is $b \infty \frac{\frac{1}{4}dd+fn}{n}$, voor A P ∞ N O, en also met alle andere.



Volght hier een Werck-stuck, al schijnt het hier niet te passen, soo sal't evenwel konnen dienen tot oeffeningh van den Leerlingh.

Van desen parabole is de rechte zijde ∞r, A F ∞b, F G ∞ M H ∞d, G I tot G H als f tot g, en G I tot H I, als f tot h, de lenghte van G L en G N te vinden.

Wanneer men steldt I K, of I C ∞x, en G I ∞y, soo is hier



hier voor ghevonden $x \infty d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, voor CI, en $x \infty \sqrt{br + \frac{gry}{f} - d - \frac{hy}{f}}$, voor IK. Hier moet men bemercken, ſoo x, of IK is ∞ o, dat GL dan komt in den omtreck van den parabole, desghelijcks, ſoo x, of IC is ∞ o, dat GN dan komt in den omtreck. Om nu GL te vinden, ſtel ick de weerde van IK ∞ o, maer om dat G komt tuſſchen I en L, daerom ſtel ick $-y$, inde plaets van $+y$, en ſchrijf $\sqrt{br - \frac{gry}{f}} - d + \frac{hy}{f} \infty$ o, ſoo komt $\sqrt{br - \frac{gry}{f}} \infty d + \frac{hy}{f}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert en de Verghelijckingh van malkander ghetrocken komt

$$\begin{array}{l} +dd + \frac{2dh}{f}y + \frac{hhyy}{ff} \infty \text{ o}, \\ -br + \frac{gr}{f}y \end{array}$$

nu alles gedivid. door $\frac{hh}{ff}$, komt

$$\begin{array}{l} +\frac{ddff}{hh} + \frac{2df}{h}y + yy \infty \text{ o}, \text{ en} \\ -\frac{brff}{hh} + \frac{grf}{hh}y \end{array}$$

$y \infty -\frac{df}{h} - \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$ voor de weerde van GL.

Soo men ſteldt IC, of $x \infty d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}} \infty$ o, ſoo is $d - \frac{hy}{f} \infty - \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, komt $dd - \frac{2dhy}{f} + \frac{hhyy}{ff} \infty$

$br +$

$br + \frac{gry}{f}$, de Verghelijckinghe van malkander ghetrocken en alles gemultipliceert met $\frac{ff}{hh}$, komt $+ \frac{ddff}{hh} - \frac{2df}{h}y + yy \infty 0$,
$- \frac{brff}{hh} - \frac{grf}{hh}y$
en $y \infty + \frac{df}{h} + \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$, voor de weerde van G N, so is N L $\infty\, 2\sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$.

Maer wanneer M, of in desselfs plaets het punt V, komt tusschen F en A, dan is $x \infty d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br - \frac{gry}{f}} \infty 0$, en de weerde van $y \infty$ G Q, voorts wanneermen stelt $\sqrt{br + \frac{gry}{f}} - d + \frac{hy}{f} \infty 0$, dan is de weerde van $y \infty$ G R, dese Verghelijckinghen ghereduceert zijnde, verkrijght men voor G Q, $y \infty \frac{df}{h} - \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$, en voor G R, $y \infty - \frac{df}{h} + \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$. Addeert G Q tot G R, komt voor Q R $2\sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$. So men dan stelt $h \infty 1$, so is $ff \infty gg + 1$, en dat men de h en f wech doet, so is QR $\infty\, 2\sqrt{\frac{1}{4}rrg^4 - drg^3 + brgg - drg + br + \frac{1}{4}rrgg}$.

Wanneerder dan begheert wordt, dat men deur 't ghegheven punt G, een Linie moet trecken als Q R, binnen den Parabole, ghelijck een gegheven langhde moghelijck zijnde, als neem ick ∞k, dan is $\frac{1}{4}rrg^4 - drg^3 + brgg - drg + br \infty \frac{1}{4}kk$.
$+\frac{1}{4}rrgg$
Dan moet men F G maecken tot F V, als 1 tot de weerde van g, die ghevonden moet worden.

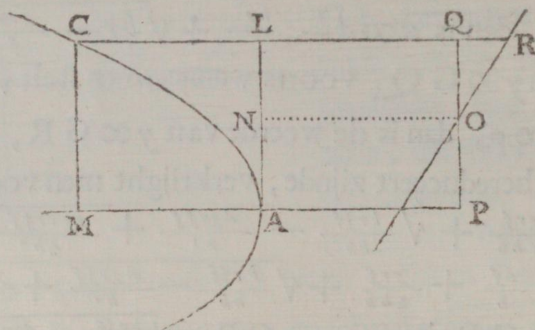
Soo men stelt $\frac{1}{4}rrg^4 + drg^3 + brgg + drg + br \infty \frac{1}{4}kk$,
$+\frac{1}{4}rrgg$

dan

dan moet men F G maecken tot F S, als 1 tot de begeerde weerde van g, die ghevonden moet worden.

Wanneer men ſteldt dat in den Parabole de ordentlijcke Linien, evenwijdigh zijn, met den middel-lijn, dan openbaeren haer de Vergelijckinghen, gelijck hier volght.

Soo men ſteldt $AM \infty LC \infty y$, $MC \infty AL \infty x$, en de



rechte zijde ∞r, dan is $x \infty \sqrt{ry}$, of $xx \infty ry$, en $\frac{xx}{r} \infty y$, ſoo men dan van 't ghegheven punt A een Linie treckt evenwijdigh met de ordentlijcke M C, ſoo is $AL \infty x$, en $LC \infty y \infty \frac{xx}{r}$. Hier begint x in 't punt A, maer ſoo de weerde van x begint in eenigh ander ghegheven punt, daer buyten zijnde, ſoo komender deſe volgende veranderingen.

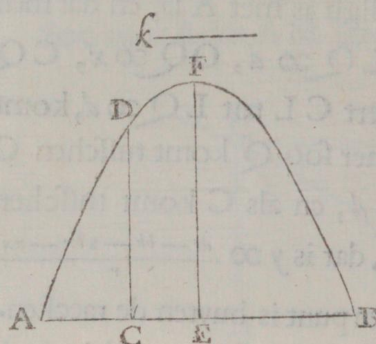
Ten eerſten, wanneer 't ghegheven punt, komt in de Linie A L, buyten het punt A, als in N, en dat men ſteldt $AN \infty b$, $NL \infty x$, $CL \infty y$, de rechte zijde ∞r, en $AL \infty z$, ſoo is $CL \infty \frac{zz}{r}$, ſoo men dan in de plaets van z ſteldt $b + x$, dat is $bb + 2bx + xx$, in de plaets van zz, ſoo is $CL \infty y \infty \frac{bb + 2bx + xx}{r}$, maer als L komt tuſſchen A en N, dan ſteldtmen

men $b - x$, en wanneer A is tusschen N en L, stelt men $x - b$, in de plaets van z, so dat men in dese twee leste voorvallen heeft $y \infty \frac{bb - 2bx + xx}{r}$.

Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten de Linie A L als in O, en dat O Q evenwijdigh is met A L, en dat men steldt AN ∞ OP $\infty\, b$, NO ∞ LQ $\infty\, d$, OQ $\infty\, x$, CQ $\infty\, y$, en de rechte zijde $\infty\, r$. Addeert C L tot L Q $\infty\, d$, komt C Q of $y \infty d + \frac{bb + 2bx + xx}{r}$, maer soo Q komt tusschen C en L, dan is $y \infty \frac{bb + 2bx + xx}{r} - d$, en als C komt tusschen L en Q dan is $y \infty d - \frac{bb + 2bx + xx}{r}$, dat is $y \infty \frac{dr - bb - 2bx - xx}{r}$.

Ten derden, wanneer 't ghegheven punt is buyten de raeckende A L, in een linie on-evenwijdigh met de selve, als hier in de linie O R, het punt O, maer dat de reden van O R tot O Q gegeven is, soo men dan steldt, dat O R is tot O Q, als f tot g, en O R tot Q R, als f tot h, en dat O R doet x, soo is O Q $\infty \frac{gx}{f}$, en Q R $\infty \frac{hx}{f}$, voorts dat R C is $\infty\, y$, A N ∞ O P $\infty\, b$, N O ∞ L Q $\infty\, d$, addeert L Q $\infty\, d$, tot Q R $\infty \frac{hx}{f}$, komt L R $\infty\, d + \frac{hx}{f}$, dan addeert Q O tot O P, komt P Q ∞ A L $\infty\, b + \frac{gx}{f}$. Soo men nu steldt, dat A L doet z, so is L C $\infty \frac{zz}{r}$, schrijft $b + \frac{gx}{f}$, in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{ggxx}{ff}$ in de plaets van zz, soo komt L C $\infty \frac{bb}{r} + \frac{2bgx}{fr} + \frac{ggxx}{ffr}$, hier by addeert L R $\infty\, d + \frac{hx}{f}$, komt C R $\infty\, y \infty d + \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr}x + \frac{ggxx}{ffr}$. De veranderinghen van de teeckens + en −, dieder in alle voorvallen ontstaen, zijn licht uyt te vinden.

Hier wordt men ghewaer, dat ſoo men een Werck-ſtuck tot een Vergelijckingh ghebracht heeft, en dat men d'een onbekende quantiteyt maer van een Dimenſie bevindt, en d'ander van twee, dat de plaets dan is een Parabole.



Volghen eenighe Voorbeelden: Deſe kromme Linie is duſdanigh van natuer, wanneermen uyt eenigh punt in den omtreck als D, beſchrijft de recht-dalende D C, op de gegeven linie A B, dat altijdt den rechthoeck A C, C B is ghelijck den rechthoeck van D C, en noch een gegheven linie als k. Men begheert de ſelve kromme Linie te kennen.

Steldt A E of E B $\infty\ a$, ſoo is A B $\infty\ 2a$, voorts A C $\infty\ x$, en C D $\infty\ y$, ſoo is B C $\infty\ 2a - x$, en den rechthoeck A C, C B $\infty\ 2ax - xx$, 't ſelve is ghelijck den rechthoeck op D C, en de linie k, te weten $ky \infty 2ax - xx$ of $y \infty \frac{2ax - xx}{k}$. y is hier ghelijck xx, daerom is 't een parabole, en om datter komt $- xx$, dat gheeft te kennen, in de tweede ſoort dat C komt, tuſſchen L en Q, en om datter is $+ ax$, dat betoont, dat C alhier komt tuſſchen A en B, ſoo is deſe verghelijckingh $y \infty \frac{2ax - xx}{k}$, de ſelfde als $y \infty \frac{dr - bb + 2bx - xx}{r}$, men heeft dan hier deſe Verghelijckinghen.

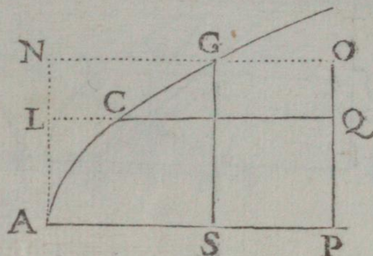
$r \infty k$, de rechte zijde.

$2a \infty 2b$, of $a \infty b$, voor A E of E B.

$dr - bb \infty 0$, doet de r, en bb wech, komt $dk \infty aa$, en $d \infty \frac{aa}{k}$ voor E F.

Tweede

Tweede voorbeeldt, wy nemen wederom de kromme Linie beſchreven in 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 62. Soo men aldaer D E ſteldt ∞ o, ſo is C M $\infty\, x \,\infty\, \frac{-yy+dy+fn}{n}$ en men bevindt dat de kromme Linie dan een Parabole is, want x is $\infty\, yy$, ſijnde van deſe voorgaende tweede ſoort, om datter is $-yy$, dat gheeft te kennen (beſiet deſe Figuer), dat C komt tuſſchen L en Q, en om datter is $+dy$, daerom komt L tuſſchen A en N, ſo is dan deſe Vergelijckingh, $x \,\infty\, \frac{-yy+dy+fn}{n}$, deſelfde als $y \,\infty\, \frac{gr-bb+2bx-xx}{r}$, of als $x \,\infty\, \frac{gr-bb+2by-yy}{r}$, te weten ſoo wy A P $\infty\, g$ ſtellen. Wy hebben dan deſe volghende Verghelijckinghen.



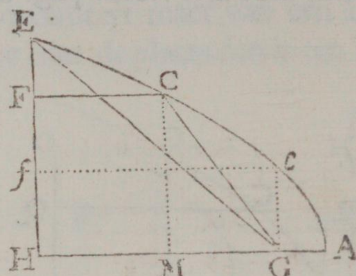
$r \,\infty\, n$, de rechte zijde.

$2b \,\infty\, d$, ſo is $b \,\infty\, \frac{1}{2}d$, voor OP ∞ G S, en A S $\infty\, \frac{\frac{1}{4}dd}{n}$.

$gr-bb \,\infty\, fn$, doet de r en bb wech, komt $g \,\infty\, \frac{fn+\frac{1}{4}dd}{n}$ voor NO ∞ L Q ∞ AP, hier van treckt AS, reſt SP ∞ GO $\infty\, f$.

Derde voorbeeldt, De kromme linie A C E, is ſoodanigh van natuer, wanneer men uyt eenigh punt in de ſelve als C treckt twee linien, d'een naer 't ghegheven punt G, en d'ander rechthoeckigh op de ghegheven linie E H, als C G, en C F, dat deſe twee linien t'ſamen, altijdt even ſoo langh zijn, als de ghegheven Linie E G, men begheert te weeten wat kromme Linie het zy.

Steldt



Steldt G H ∞ *a* rechthoeckig op E H. E G ∞ F C $+$ C G ∞ *b*, so veel is dan mede H A $+$ A G, soo heeft men A G $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a$, en A H $\infty \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} a$, voorts steldt A M ∞ *y*, en M C ∞ *x*, soo is H M ∞ F C $\infty \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} a - y$, so is C G $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a + y$, diens vierkant is $+ \frac{1}{4} bb + by + yy$, dan treckt A G $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a$

$$- \tfrac{1}{2} ab - ay$$
$$+ \tfrac{1}{4} aa$$

van A M ∞ *y*, rest M G $\infty y - \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} a$, diens vierkant zijnde $yy - by + \frac{1}{4} bb$ getrocken van 't vierkant op C G, rest $2by$

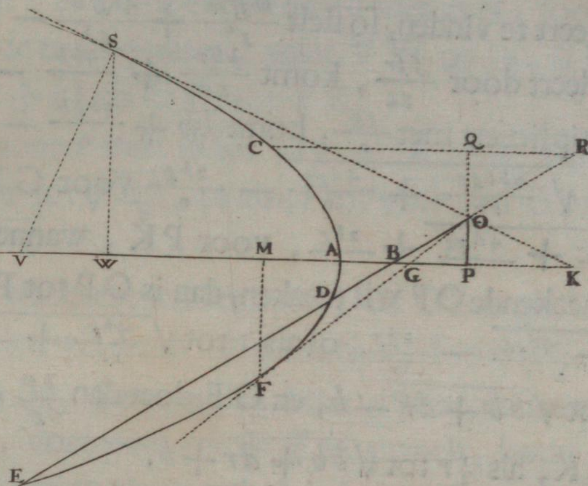
$$+ ay - \tfrac{1}{2} ab$$
$$+ \tfrac{1}{4} aa$$

$- 2ay$, voor 't vierkant op C M ∞ *xx*, soo heeft men $xx \infty 2by - 2ay$, om dat hier is $xx \infty y$, dat betoont dat de kromme Linie een Parabole is, zijnde van die soort al-waer xx is ∞ry, soo is de rechte zijde $r \infty 2b - 2a$, en A G $\infty \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a \infty \frac{1}{4} r$, wanneer dan *f c* gestelt wordt ∞ H G, komt *c* G $\infty \frac{1}{2} r$.

Volght tot oeffeninghe van den Leerlingh hier tusschen noch een Werck-stuck.

Van desen Parabole C A D, is de rechte zijde ghelijck r, A P inde verlenghde as ∞ d, P O ∞ b, zijnde rechthoeckigh op A P, voorts B O, is tot O P, als f tot g, en B O tot B P, als f tot h, dat is O P tot B P, als g tot h, de lenghte der deursnijdinge van D O, of E O, te vinden.

Wan-



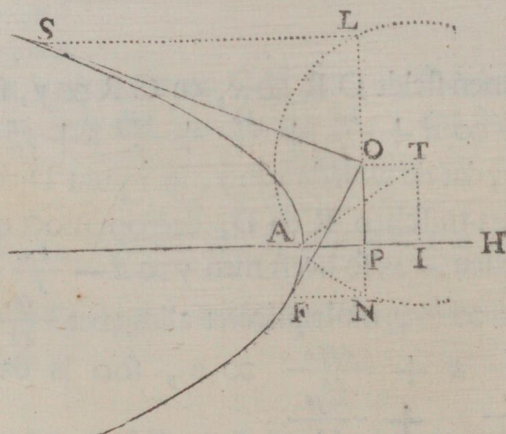
Wanneer men ſteldt O R $\infty\ x$, en C R $\infty\ y$, ſo is hier voor ghevonden $y \infty d + \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr}x + \frac{gg}{ffr}xx$, nu ſtaet te bemercken, dat de weerde van y, in 't punt D ∞ o is, voorts om dat O ſtaet tuſſchen R en D, daerom moet men inde plaets van $+x$, ſtellen $-x$, ſo heeft men $y \infty d - \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} - \frac{2bg}{fr}x + \frac{gg}{ffr}xx \infty 0$, multipliceert alles met $\frac{ffr}{gg}$, komt

$$xx \begin{array}{l} - \frac{hfr}{gg} \\ - \frac{2bf}{g} \end{array} x \begin{array}{l} + \frac{dffr}{gg} \\ + \frac{bbff}{gg} \end{array} \infty 0,$$ ſoo is dan

$$x \infty \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} + \sqrt{\frac{hhffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}},$$ voor O E, en

$$x \infty \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} - \sqrt{\frac{hhffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}},$$ voor OD, dit vã malkander getrockẽ komt DE $\infty \sqrt{\frac{hhffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg}}$.

Wanneer nu dese DE is ∞ o, als in F, daer sal de linie OF, den Parabole aen-raecken. Soo men als-dan de reden van OP, tot GP begeert te vinden, so stelt $\frac{hhffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg} \infty o$, dit ghedivideert door $\frac{ffr}{gg}$, komt $\frac{hhr}{gg} + \frac{4bh}{g} - 4d \infty o$, alles gemultipliceert met $\frac{gg}{r}$, komt $hh + \frac{4bgh}{r} - \frac{4dgg}{r} \infty o$, soo is $h \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} - \frac{2bg}{r}$ voor GP, en $-h \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} + \frac{2bg}{r}$, voor PK, wanneer men dan uyt O, de raeckende OF wil trecken, dan is OP tot PG, als g tot $\sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} - \frac{2bg}{r}$, of als 1 tot $\sqrt{\frac{4bb}{rr} + \frac{4d}{r}} - \frac{2b}{r}$, of als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{bb + dr} - b$, en OF doet dan $\frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg}$, en OP tot PK, als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{bb + dr} + b$.



Om dit door Linien te doen, soo maeckt AH ∞ de rechte zijde, deeldt PH in tween ghelijck in I, dan treckt IT ghelijck PO, en evenwijdigh met deselve, beschrijft om 't Center

ter T, op den half-middellijn A T, den Circul-booge N A L, die snijdt de verlenghde O P in de punten N en L, dan beschreven S L, en F N beyde evenwijdigh met A H, soo zijn S en F, de begheerde raeck-punten, want V W $\infty \frac{1}{2}r$, is tot W S ∞ $\sqrt{bb+dr}+b$, als O P, tot P K.

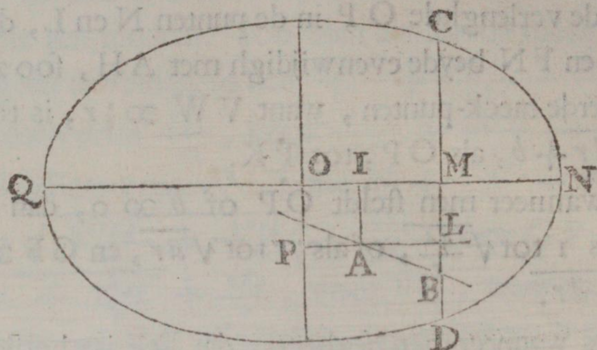
Maer wanneer men steldt O P of $b \infty o$, dan is M F tot M G, als 1 tot $\sqrt{\frac{4d}{r}}$, of als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{dr}$, en G F $\infty \frac{hfr}{2}$, of $\sqrt{4dd+dr}$.

Wijders wanneer men begheert, dat D E is ghelijck een ghegheven Linie, als neem ick ghelijck k, soo is $\frac{hhffrr}{g^4}+\frac{4bffhr}{g^3}-\frac{4dffr}{gg} \infty kk$. So men dan steldt g voor de uniteyt, so is $ff \infty hh+1$, doet over-al de ff en g wech, komt een verghelijckingh in welck gheen onbekende quantiteyt als h en resteert, maer loopt tot vier Dimensien.

Den Ellipsis.

Wanneer men in den Ellipsis steldt M N ∞v, de ordentlijcke M C ∞x, de dwersche Q N ∞q, de rechte zijde ∞r, dan is $x \infty \sqrt{\frac{qrv-rvv}{q}}$.

Hier begint de onbekende quantiteyt v, in 't punt N, soo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't Center O begint, en dat men steldt O M ∞y, M C ∞x, soo is M N $\infty \frac{1}{2}q-y$, soo men dit in de plaets van v steldt, en desselfs vierkant in de plaets van vv, soo komt M C $\infty x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr-\frac{r}{q}yy}$. Maer so men het ghegheven punt steldt buyten O, dat gheeft dese volghende veranderinghen.



Ten eersten, soo 't ghegheven punt komt in den middel-lijn buyten het Center, als hier in I, en dat men steldt O I ∞b, I M ∞y, M C ∞x, de rechte zijde ∞r, de dwersche ∞q, en O M ∞z, soo is M C of $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, wanneer men dan voor 't vierkant van z, steldt het vierkant $y + b$, zijnde $yy + 2by + bb$, so verkrijgtmen $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, voor M C, maer soo 't punt M staet tusschen I en O, dan steldt men $b - y$, en soo 't punt O, staet tusschen M en I, dan setmen $y - b$, in de plaets van z, soo dat men in dese twee leste voorvallen heeft $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$.

Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten de Linie O N, als neem ick in A, maer dat A L evenwijdigh is met O N, en dat men steldt O I ∞ A P ∞b, A I ∞ L M ∞d, A L ∞y, L C ∞x, de rechte zijde ∞r, en de dwersche ∞q, so addeertmen L M tot M C, komt L C of $x \infty d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, so is L D $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}} - d$, maer als C,

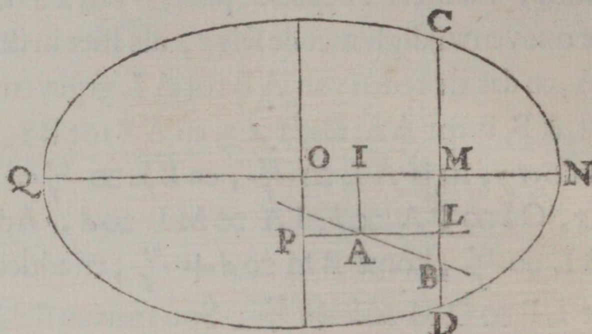
komt

komt tussen L en M, dan is $x \infty d - \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt, is buyten de linie ON, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie AB, in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL gegeven is, so men dan stelt dat AB, is tot AL, als f tot g, en AB tot BL, als f tot h, en dat AB doet y, so is AL $\infty \frac{gy}{f}$, en BL $\infty \frac{hy}{f}$, voorts dat BC is ∞x, OI ∞ PA ∞b, IA ∞ ML ∞d. Addeert ML ∞d, tot BL $\infty \frac{hy}{f}$, komt BM $\infty d + \frac{hy}{f}$, en addeert AL tot AP, komt LP ∞ OM $\infty b + \frac{gy}{f}$. Soo men nu steldt dat OM doet z, soo doet MC, $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, steldt daerom $b + \frac{gy}{f}$ in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgy}{f} + \frac{ggyy}{ff}$ in de plaets van zz, soo komt MC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, hier by addeert BM $\infty d + \frac{hy}{f}$, komt BC $\infty x \infty d + \frac{hy}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, soo is BD $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - \overline{d + \frac{hy}{f}}$. De veranderingen van de teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontstaen, zijn licht uyt te vinden.

Merckt, al is't dat wy de ordentlijcke MC, rechthoeckigh op den middellijn QN gesteldt hebben, dat dit alle niet-te-min mede plaets heeft, in die daer de ordentlijcke scheef-hoeckigh op den middel-lijn komen. Het selve is oock te verstaen van de andere Keghel-sneeden.

Hier moet noch bemerckt worden, so men een Werck-stuck tot een vierkant-verghelijckingh ghebracht heeft, dat diens wortel altijdt een binomium is, of 't en waer dat de tweede term



ontbrack, en M C is altijdt van 't ſelve binomium het wortel-ghetal, en wanneerder in 't wortel-ghetal onder anderen een quantiteyt met $-yy$ gheteeckent komt, dat geeft te kennen, dat de kromme linie een Ellipſis of rondt is.

Volghen eenighe Voorbeelden.

Eerſte voorbeeldt: *Deſcartes* vindt in zijn Françe Geometrie pag: 326. B C of $y \infty m - \frac{n}{z} x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m} xx}$, of dat 'et ſelve is $x \infty m - \frac{n}{z} y + \sqrt{mm + oy - \frac{p}{m} yy}$, om datter in 't wortel-ghetal komt $-yy$, dat gheeft te kennen, dat de plaets een Ellipſis, of rondt is, want ſoo wanneer q is ∞r, dan is 't een rondt. Soo men de rechte en dwerſche zijde van ſoodanighe kromme Linie wil vinden, ſoo hebben wy hier voren, wanneer 't punt B, komt tuſſchen L en M, en O tuſſchen I en M, $x \infty d - \frac{h}{f} y + \sqrt{\frac{1}{4} qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{qf} y - \frac{ggr}{qff} yy}$, Wy bevinden dan voor eerſt, dat m is ∞d, $n \infty h$, $z \infty f$, ſoo is *a*

is $a \infty g$. Dese letters wech ghedaen, soo heeft men $x \infty m - \frac{n}{z}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2bar}{qz}y - \frac{aar}{qzz}yy}$, dese dan voorts vergheleecken met die van *Descartes*, soo hebben wy dese volghende drie Verghelijckenghen.

$mm \infty \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}$.

$o \infty \frac{2abr}{qz}$, soo is $\frac{2abr}{oz} \infty q$, en $\frac{oqz}{2ab} \infty r$.

$\frac{p}{m} \infty \frac{aar}{qzz}$ of $pqzz \infty aamr$, dat is als q tot r, alsoo aam tot pzz.

Wanneer dan komt $aam \infty pzz$, dat beteeckent dat den Ellipsis een rondt is. Voorts doet in de derde Verghelijckinghe de r wech, komt $\frac{p}{m} \infty \frac{ao}{2bz}$, of $\frac{mao}{2pz} \infty b$, voor OI ∞ AP.

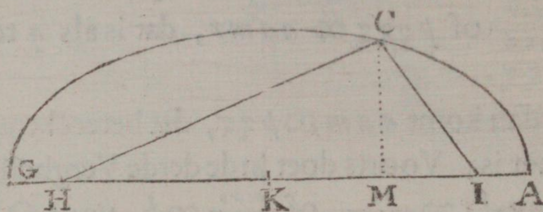
Doet in de eerste Verghelijckingh de q wech, komt $mm \infty \frac{abrr}{2oz} - \frac{boz}{2a}$, of $\frac{2mmoz}{ab} + \frac{oozz}{aa} \infty rr$, doet de b wech, komt $\frac{oozz}{aa} + \frac{4mpzz}{aa} \infty rr$, en $\frac{z}{a}\sqrt{oo + 4mp} \infty r \infty \frac{oqz}{2ab}$, multipliceert aen weder-zijden met $\frac{a}{z}$, komt $\sqrt{oo + 4mp} \infty \frac{oq}{2b}$, en $oo + 4mp \infty \frac{ooqq}{4bb}$, doet de bb wech, komt $oo + 4mp \infty \frac{ppqqzz}{mmaa}$ of $\sqrt{oo + 4mp} \infty \frac{pqz}{ma}$, soo is $\frac{am}{pz}\sqrt{oo + 4mp} \infty q$. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de rechte tot de dwersche zijde), also $\frac{z}{a}\sqrt{oo + 4mp}$, tot $\frac{am}{pz}\sqrt{oo + 4mp}$.

Soo hebben wy ghevonden AP ∞ OI, of b, $\infty \frac{mao}{2pz}$ de rechte zijde $r \infty \sqrt{\frac{oozz}{aa} + \frac{4mpzz}{aa}}$, of $\frac{z}{a}\sqrt{oo + 4mp}$, de dwersche $q \infty \sqrt{\frac{aamm\,oo}{ppzz} + \frac{4aam^3}{pzz}}$, of $\frac{am}{pz}\sqrt{oo + 4mp}$.

Tweede

Tweede Voorbeeldt.

Van desen Drie-hoeck HCI, is ghegheven den Basis HI, en beyde op opstaende zijden t'samen in een somme, men vraeght naer de plaets van den top C.



Deeldt HI in tween ghelijck in K, en steldt HI $\infty\, b$, HC + CI, $\infty\, d$, KM $\infty\, y$, en MC $\infty\, x$, soo is HM $\infty\, \frac{1}{2}b + y$, en MI $\infty\, \frac{1}{2}b - y$. Addeert het vierkant HM, tot 't vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt HC $\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, op de selve wijse, addeert het vierkant op MI tot 't vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel komt CI $\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$. So is HC + CI $\infty\, d \,\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} + \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, of $d - \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} \,\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, de gelijcke wech ghedaen, en door $2\,d$ ghedivideert, komt $\frac{1}{2}d + \frac{b}{d}\,y \,\infty$ $\sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dit wederom aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen, komt

komt $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{dd}yy \infty xx + \frac{1}{4}bb + yy$, ſoo is ten laetſten $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bbyy - ddyy}{dd}}$.

Om dat b minder is dan d, dat gheeft te kennen, datter $-yy$ komt, daerom is de plaets een Ellipſis, en om datter in 't ſelve wortel-ghetal gheen y komt, dat betoont, dattet van de ſoort is, daer x is $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy}$, deſe vergeleecken met de gheghevonden weerde van x ſoo zijnder deſe twee Vergelijckinghen.

$\frac{1}{4}qr \infty \frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb$, of $qr \infty dd - bb$.

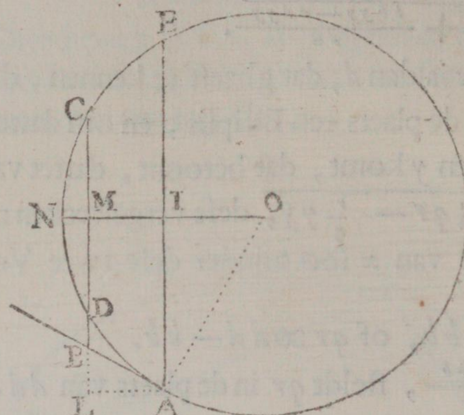
$\frac{r}{q} \infty \frac{dd - bb}{dd}$, ſteldt qr in de plaets van $dd - bb$, ſoo is $\frac{r}{q} \infty \frac{qr}{dd}$, en $d \infty q$ de dwerſche, doet in d'eerſte Verghelijcking de q wech, ſo is $dr \infty dd - bb$, en $bb \infty dd - dr$, ſo komt HI $\infty \sqrt{dd - dr}$.

Soo hebben wy ghevonden, dat de dwerſche van deſen Ellipſis is ghelijck HC + CI ∞d, 't welck te kennen gheeft, dat H en I de Brandt-punten zijn, welcker diſtantie is $\sqrt{dd - dr}$, te weten wanneer r is ∞ de rechte zijde, zijnde $\infty \frac{dd - bb}{d}$.

Derde Voorbeeldt.

Zijnde drie proportionalen, doen t'ſaemen de lenghde van de Linie AE, de plaets te vinden, die deſe proportionalen bekent maecken.

Steldt de ghegheven Linie AE ∞a, d'eerſte van de proportionalen ∞x, de tweede ∞y, ſoo is de derde $\infty \frac{yy}{x}$. Deſe drie doen in een ſomma $x + y + \frac{yy}{x}$, zijnde ∞ de ghe-



gheven a, ſo is $xx + yx + yy \propto ax$, en $xx - ax + yx + yy \propto 0$. Soo heeft men $x \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ay - \frac{3}{4}yy}$, om dat hier komt in 't wortel-ghetal $-yy$, dat gheeft te kennen dat de plaets een Ellipſis of rondt is, deſe vergheleecken met de derde ſoort al-waer B komt tuſſchen L en M, te weten met $x \propto d - \frac{b}{f}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{fq}y - \frac{ggr}{ffq}yy}$, ſoo is $d \propto \frac{1}{2}a$, $b \propto 1$, $f \propto 2$, ſoo is $g \propto \sqrt{3}$, deſe inde Verghelijckingh wech ghedaen, komt $x \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2br\sqrt{3}}{2q}y - \frac{3r}{4q}yy}$.

Voorts deſe met de gevonden vergeleecken, ſo zijnder drie vergelijckingen, te weten: $\frac{1}{4}aa \propto \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}$.

$\frac{1}{2}a \propto \frac{br\sqrt{3}}{q}$.

$\frac{3}{4} \propto \frac{3r}{4q}$, ſoo is $r \propto q$, en volgens dien is de plaets een ront, ſtelt overal in de plaets van r, een q.

Soo

So is $\frac{1}{4} aa \infty \frac{1}{4} qq - bb$, of $\frac{1}{4} aa + bb \infty \frac{1}{4} qq$, en $\sqrt{\frac{1}{4} aa + bb} \infty \frac{1}{2} q$
$\frac{1}{2} a \infty b\sqrt{3}$, of $\frac{a}{2\sqrt{3}} \infty b$, dat is als $\sqrt{3}$ tot 1, alſo $\frac{1}{2}a$ tot b.

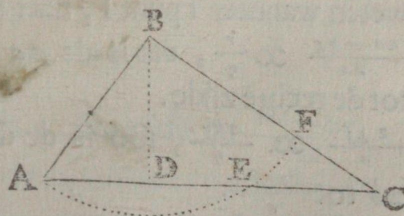
Maeckt nu O I $\infty \frac{a}{2\sqrt{3}}$, I A $\infty \frac{1}{2} a$, dan beſchrijft A L en A B alſoo dat A L is tot L B als 1 tot $\sqrt{3}$, ende om dat b mede is tot $\frac{1}{2} a$ als 1 tot $\sqrt{3}$, daerom komt O A rechthoeckigh op A B, en om datter komt $\frac{1}{2} q \infty \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}$, dat geeft te kennen dat O A is den half-middellijn van 't begeerde rondt.

Soo behoeft men niet anders te doen, dan beſchrijven op de ghegheven A E een ghelijck-zijdighen driehoeck, en om 't ſelve een rondt, en dan A B recht-hoeckigh op O A, wanneermen dan treckt de Linie B C, evenwijdigh met A E, ſo ſal A B de middelſte zijn, en B D, B C de buytenſte van de drie proportionalen.

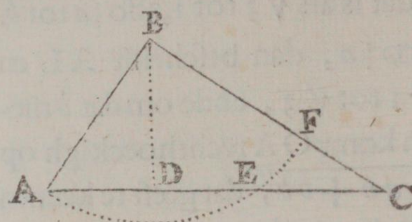
Vierde Voorbeeldt.

Van deſen Driehoeck A B C, is ghegheven, den Baſis A C, en de reden van de differentie der hanghendens gronden, tot de differentie der opſtaende zijden, de plaets van 't punt B te vinden.

Steldt A C ∞d, A D ∞y, ſoo is D C $\infty d - y$, en E C $\infty d - 2y$, A B ∞z, ſoo is 't vierkant op B D $\infty zz - yy$, en E C tot F C als a tot g.



Nu als a tot g, alſoo $d - 2y$ tot $\frac{dg - 2gy}{a}$ voor F C, hier by ghedaen A B ∞ B F ∞z, komt B C $\infty z + \frac{dg - 2gy}{a}$, diens vierkant is $\infty zz + \frac{2gdz - 4gyz}{a}$



$+ \frac{ggdd - 4ggdy + 4ggyy}{aa}$, hier van ghetrocken het vierkant op DC, zijnde $\infty\, dd - 2dy + yy$, rest het vierkant op BD $\infty\, zz + \frac{2gdz - 4gyz}{a} + \frac{ggdd - 4ggdy + 4ggyy}{aa} - dd + 2dy - yy$, het selve is ghelijck $zz - yy$, de gelijcke wech ghedaen, en alles met aa gemultip. komt $2agdz - 4agyz + ggdd - 4ggdy + 4ggyy - aadd + 2aady \infty\, 0$, dit kan ghedivideert worden door $d - 2y$, komt $2agz + ggd - 2ggy - aad \infty\, 0$, soo is AB of $z \infty \frac{aad - ggd + 2ggy}{2ag}$, steldt f in de plaets van $\frac{aad - ggd}{2ag}$, soo is AB $\infty\, f + \frac{g}{a} y$, het vierkant van BD is dan $\infty\, ff + \frac{2gf}{a} y + \frac{gg}{aa} yy - yy$.

Merckt, om dat de differentie der hanghendens gronden altijdt meerder is, dan de differentie der opstaende zijden, daerom is a meerder dan g, en volghens dien is de plaets of kromme linie een Ellipsis.

Dese vergheleecken met $\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2br}{q} y - \frac{r}{q} yy$, te weten wanneer 't punt I, staet tusschen Q en O. So hebben wy $\frac{aa - gg}{aa} \infty \frac{r}{q}$, dat is als aa tot $aa - gg$, alsoo de dwersche tot de rechte zijde.

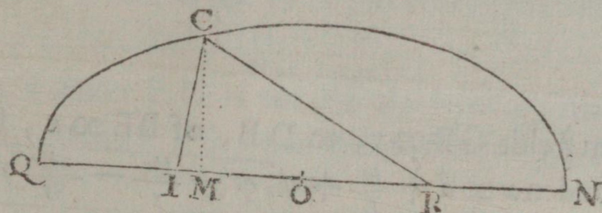
$\frac{2gf}{a} \infty \frac{2br}{q}$, soo is de dwersche tot de rechte zijde als $2b$ tot $\frac{2gf}{a}$.

Daerom is aa tot $aa - gg$, als $2b$, tot $\frac{2gf}{a}$. Den rechthoeck op de buytenste is ghelijck den rechthoeck op de binnenste,

ste, soo komt $2gfa \infty 2aab - 2ggb$, en $\frac{gfa}{aa - gg} \infty b$, doet de f wech, soo is $\frac{1}{2}d \infty b$.

$\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} \infty ff$, de $\frac{bbr}{q}$, doet aldus wech, aa is tot $aa - gg$, dat is de dwersche is tot de rechte zijde, als bb, tot $\frac{aabb - ggbb}{aa}$, hier by ghedaen ff, komt $\frac{1}{4}qr \infty ff + \frac{aabb - ggbb}{aa}$, doet de f en b wech, komt $qr \infty \frac{aadd - ggdd}{gg}$.

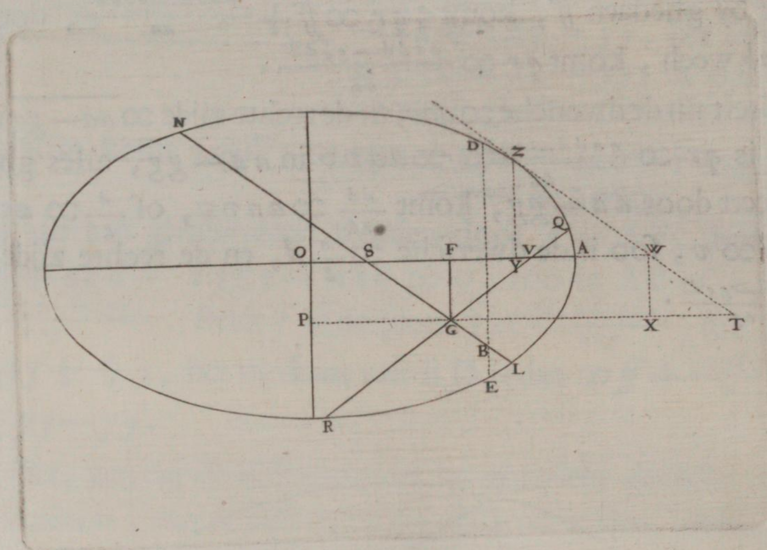
Stelt nu de dwersche ∞aav, en de rechte zijde $\infty \overline{aa - gg}$ in v, soo is $qr \infty \frac{aadd - ggdd}{gg} \infty aavv$ in $\overline{aa - gg}$, alles ghedivideert door $aa - gg$, komt $\frac{dd}{gg} \infty aavv$, of $\frac{d}{g} \infty av$, en $\frac{d}{ag} \infty v$, soo is de dwersche $\infty \frac{a}{g}d$, en de rechte zijde $\infty \frac{aad - ggd}{ag}$.



In den Ellipsis is dan IO $\infty \frac{1}{2}d$, de rechte zijde $\infty \frac{aad - ggd}{ag}$, en IM ∞y, de dwersche $\infty \frac{a}{g}d$, dat is, in den voorgestelden driehoeck als FC tot EC, alsso AC, tot de dwersche QN.

Tot oeffeningh van den Leerlingh volght hier tusschen beyde noch een Werck-stuck.

Van desen Ellipsis, is de dwersche $\propto q$, de rechte zijde $\propto r$, $OF \propto b$, $FG \propto OP \propto d$, GS tot SE als f tot g, en GS tot FG, als f tot h, soo is FG tot FS als h tot g, de lenghte van GL en GN te vinden.



Soo men steldt $GB \propto y$, en DB, of $BE \propto x$, soo is hier voor gevonden $x \propto d + \frac{hy}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, voor BD, en $x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - \overline{d + \frac{hy}{f}}$, voor BE. Men moet hier bemercken, soo x of BD is $\propto 0$, dat y of GN dan komt in den omtreck vanden Ellipsis. Desghelijcks wanneer x, of BE is $\propto 0$, komt y of GL mede in den selven omtreck.

Wy hebben dan om GL of y te vinden,

$$\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - \overline{d + \frac{hy}{f}} \propto 0,$$

of d

of $d + \frac{hy}{f} \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant gemultipliceert, en de Vergelijckingh van malkander getrocken rest

$$\frac{hh}{ff}yy + \frac{2dh}{f}y + dd \infty o, \quad \frac{ggr}{qff}yy + \frac{2bgr}{qf}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr$$

alles gedivideert door $\frac{hh}{ff} + \frac{ggr}{qff}$, komt $yy + \frac{2dhfq + 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \infty o.$, foo is $y \infty \frac{-dhfq - bgrf}{hhq + ggr} + \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ voor de weerde van G L.

Nu om dat G N ftaet aen de contrarie zijde van G L, fteldt $-y$ in de plaets van $+y$, foo heeft men $yy + \frac{-2dhfq - 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \infty o$, foo is $y \infty \frac{dhfq + bgrf}{hhq + ggr} + \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ voor de weerde van G N.

So men G L addeert tot G N, fo verkrijght men de geheele $NL \infty 2\sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{8}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{4}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ te weeten wanneer F G is tot F S als h tot g, maer foo wy F V ftellen ghelijck F S, dan fteldt men $-g$, in de plaets van $+g$, foo verkrijght men $QR \infty 2\sqrt{\frac{-2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{4}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$.

Hier bemerckt men, dat wanneer men eenighe Linie deur een Ellipfis treckt als N L, of Q R, dat haer helft altijdt een wortel-getal is, dat is noyt geen binomium.

Wanneer nu N L is ∞o, als ghebeurt in Z, foo is het felve punt het raeck-punt, van die raeckende Linie die evenwijdigh is met de felve N L, foo men 't felve punt begheert te vinden,

fteldt

ſteldt de ghevonden weerde van N L ∞ o, laet de noemer vaeren, en divideert alles door $ffqr$, ſoo heeft men $+\frac{1}{4}qqhh - bbhh + 2bdgh + \frac{1}{4}ggqr - ddgg \infty$ o.

Maer om-dat b nu grooter is als $\frac{1}{2}q$, daerom treckt de vergelijckingh van o, ſo heeft men $bbhh - \frac{1}{4}qqhh - 2bdgh - \frac{1}{4}ggqr + ddgg \infty$ o, alles gedivideert door $bb - \frac{1}{4}qq$, ſoo komter

$$hh - \frac{2bdg}{bb - \frac{1}{4}qq}h + \frac{ddgg - \frac{1}{4}ggqr}{bb - \frac{1}{4}qq} \infty \text{ o, en } h$$

$$\infty \frac{bdg}{bb - \frac{1}{4}qq} + \sqrt{\frac{\frac{1}{4}ddggqq - \frac{1}{16}ggq^3r + \frac{1}{4}bbggqr}{b^4 - \frac{1}{2}bbqq + \frac{1}{16}q^4}}$$

, ſoo men dan uyt T de raeckende T Z, wil trecken, ſoo is T X, tot X W, als g tot de ghevonden waerde van h, of als 1 tot $\frac{bd}{bb - \frac{1}{4}qq} + \sqrt{\frac{\frac{1}{4}ddqq - \frac{1}{16}q^3r + \frac{1}{4}bbqr}{b^4 - \frac{1}{2}bbqq + \frac{1}{16}q^4}}$.

Soo men nu ſteldt dat F G ∞ d, is ∞ o, ſo is W Y, tot Y Z als 1 tot $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qr}{bb - \frac{1}{4}qq}}$.

Wanneerder ghevraeght wierdt om de Linie N L deur 't ghegheven punt G te trecken ghelijck een ghegheven Linie moghelijck zijnde, als neem ick ∞ k. Soo is de voor-ghevonden

$$2\sqrt{\frac{2bdffgh\,qr + \frac{1}{4}ffhh\,q^3r - bbffhh\,qr - ddffgg\,qr + \frac{1}{4}ffgg\,qq\,rr}{h^4qq + 2gghh\,qr + g^4rr}} \infty k,$$

Soo men dan ſteldt g voor de uniteyt, ſoo is $ff \infty hh + 1$, en over-al de f en g wech ghedaen, ſoo ſalder gheen onbekende quantiteyt reſteeren als h, maer de Verghelijckingh ſal vier Dimenſien hebben.

Soo men luſt hadde, om te toonen, hoe men een Verghelijckingh van twee Dimenſien, door een gegheven Ellipſis kan ontbinden, ſo hebben wy hier voren gevonden $yy + \frac{2dhfq + 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \infty$ o.

Wanneer men dan heeft $yy + ly - mm \infty$ o, en deſe met malkander verghelijckende, ſoo heeft men twee Verghelijckinghen,

ghen, daerom moeten wy twee quantiteyten onbekent stellen, die wy nemen te zijn b en d, deselve te vinden.

$+\ l \infty \frac{2dhfq + 2bgrf}{hhq + ggr}$, soo is $\frac{lhhq + lggr - 2bgrf}{2hfq} \infty d$.

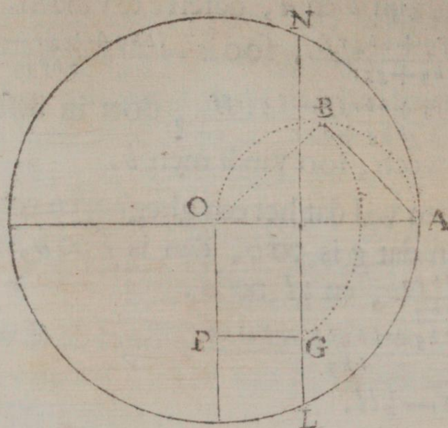
$- mm \infty \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr}$, doet in dese tweede verghelijckingh de d wech, soo vindt men b.

Wanneer men wil dat het een ghegheven rondt is, zijnde alsdan $q \infty r$, en dat g is ∞ o, dan is $f \infty h$, soo komter

$+\ l \infty \frac{2dhhq}{hhq}$, en $\frac{1}{2}l \infty d$.

$- mm \infty \frac{ddhhq + bbqhh - \frac{1}{4}q^3hh}{hhq}$, doet de d wech, komt $b \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - mm - \frac{1}{4}ll}$.

Om dit door Linien te doen, laet de Verghelijckingh wesen $yy + ly - mm \infty$ o, en O A den half-middellijn van 't ghegeven rondt, maeckt O P $\infty \frac{1}{2}l$, recht-hoeckigh op O A, dan treckt P G, evenwijdigh met de selve O A, en gesteldt op den middellijn O A een half rondt, soo treckt in de selve A B ∞m. Dan beschrijft uyt 't Center O, op den half-middellijn O B, den



booghe B G, die ſnijdt de linie P G in 't punt G, ten laetſten ghetrocken de rechthoeckighe N G L, ſoo is G L de begeerde weerde van y, en ſo de Vergelijckingh waer $yy - ly - mm$ ∞ o, dan ſoude G N, de weerde van y weſen. Hier moet bemerckt worden, dat m minder weſen moet dan den half-middellijn O A, en $\frac{1}{2}l$, moet minder zijn dan O B.

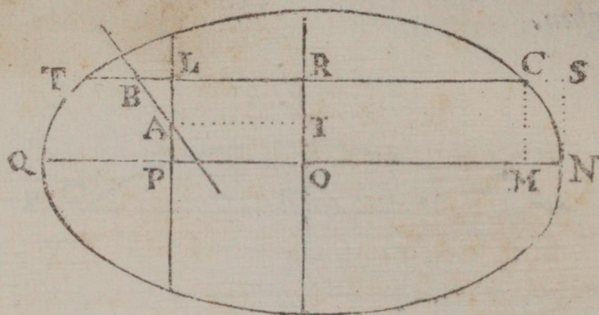
Maer ſo men heeft $yy - ly + mm$ ∞ o, dan ſteldt men A B ∞ m, rechthoeckigh op O A, en beſchreven uyt 'et Center O, op den half-middellijn O B, den booge B G, die als-dan buyten 't rondt valt, die ſnijdt de linie P G, in 't punt G, ten laetſten ghetrocken de rechthoeckighe G L N, ſo zijn de begeerde wortels G N en G L. En alſoo met de andere Keghel-ſneeden.

Wanneer

Wanneer men in den Ellipsis steldt, dat de ordentlijcke Linien parallel met de dwersche komen, soo heeft men dese volghende veranderinghen.

Soo in den Ellipsis ghesteldt wordt N M $\propto v$, M C $\propto x$, de dwersche QN $\propto q$, en de rechte zijde $\propto r$, soo is $x \propto \sqrt{\frac{qrv - rvv}{q}}$, dat is $xx \propto rv - \frac{r}{q}vv$, of $vv - qv + \frac{q}{r}xx \propto 0$, soo is $v \propto \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$, voor S T, en $v \propto \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$, voor S C. Wanneer men dan steldt O R $\propto x$, en R C $\propto$ R T $\propto y$, soo is $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$. Hier begint x in 't bepaelde punt O, te weten in 't middel-punt, en y in 't onbepaelde punt R, te weten in de ordentlijcke middel-lijn, Maer soo men het gegheven punt buyten O steldt, dat gheeft dese volgende veranderingen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt komt in de ordentlijcke middel-linie O R, buyten het middel-punt O, als neem



ick in I, en dat men ſteldt $OI \infty b$, $IR \infty x$, $RC \infty y$, de rechte zijde ∞r, de dwerſche ∞q, en $OR \infty z$, ſoo is $RC \infty y \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}zz}$, ſo ick dan in de plaets van z ſtel $b + x$, dat is $bb + 2bx + xx$ in de plaets van zz, ſoo is $RC \infty y \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$, maer ſoo R is tuſſchen O en I, dan ſteldt men $b - x$, en wanneer O is tuſſchen I en R, dan ſet men $x - b \infty z$, ſo dat men in deſe twee leſte voorvallen heeft $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$.

Ten tweeden, wanneer 't gegheven punt komt buyten de Linie OR, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met OR, en dat men ſteldt $OI \infty AP \infty b$, $AI \infty d$ parallel met QN, $AL \infty x$, $LC \infty y$, de rechte zijde ∞r, en de dwerſche ∞q, ſoo addeert men LR tot RC, komt $LC \infty y \infty d + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$, ſoo is $TL \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx} - d$, en als C komt tuſ-

ſchen

schen L en R, dan is $y \infty d - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x - \frac{q}{r}xx}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt is buyten de linie O R, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie A B in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L ghegheven is, so men dan steldt, dat A B is tot A L, als f tot g, en A B tot B L, als f tot h, en dat A B doet x, so is A L $\infty \frac{gx}{f}$, en B L $\infty \frac{hx}{f}$, voorts dat B C is ∞y, O I ∞ P A ∞b, I A ∞ R L ∞d. Addeert R L ∞d, tot B L $\infty \frac{hx}{f}$, komt B R $\infty d + \frac{hx}{f}$, en addeert A L tot A P, komt voor L P ∞ O R $\infty b + \frac{gx}{f}$. So men nu steldt dat O R is ∞z, so is R C $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}zz}$, schrijft dan $b + \frac{gx}{f}$ inde plaets van z, dat is $bb + \frac{2bg}{f}x + \frac{gg}{ff}xx$, inde plaets van zz, so is R C $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{rff}xx}$, hier by addeert B R, komt B C $\infty y \infty d + \frac{hx}{f}$ $+ \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$, soo is B T ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{ffr}xx} - \overline{d + \frac{hx}{f}}$. De veranderingen der teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontmoeten, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men nu een Werck-stuck ghebracht heeft tot een Verghelijckinghe van twee Dimensien, soo is diens wortel altijdt een Binomium, soo de tweede term niet en ontbreeckt, en men moet altijdt R C voor 't wortel-ghetal nemen van 't selve binomium, en wanneerder in 't selve wortel-ghetal onder anderen komt $-xx$, dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Ellipsis of rondt is, want q zijnde ∞r, soo sal 't een rondt wesen.

Volght een Voorbeeldt

Descartes heeft ghevonden in zijn França Geometrie pag: 326 de lenghte BC $\propto y \propto m - \frac{n}{z} x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m} xx}$.

Om dat hier in't wortel-ghetal komt $-xx$, dat gheeft te kennen dat de Kegel-snede een Ellipsis of rondt is. Soo wy dan dese vergelijckẽ met $d - \frac{hx}{f} + \sqrt{\frac{1}{4} qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{rf} x - \frac{ggq}{ffr} xx}$, te weten, wanneer B komt tusschen L en R, en O tusschen I en R, so is $d \propto m$, $h \propto n$, $f \propto z$, en volghens dien $g \propto a$, hier-en-boven zijnder noch drie verghelijckinghen, wanneer-men de letteren van *Descartes* in de plaets van dese gesteldt heeft.

$mm \propto \frac{1}{4} qq - \frac{bbq}{r}$.

$o \propto \frac{2abq}{rz}$, of $\frac{orz}{2ab} \propto q$, en $\frac{2abq}{oz} \propto r$.

$\frac{p}{m} \propto \frac{aaq}{rzz}$, of $przz \propto maaq$, soo is q tot r, als pzz tot aam, doet de q wech, komt $aom \propto 2bpz$ en $\frac{aom}{2pz} \propto b$, voor OI $\propto$ PA. Doet in de eerste Verghelijckingh de r wech, komt $mm \propto \frac{1}{4} qq - \frac{boz}{2a}$, of $4mm + \frac{2boz}{a} \propto qq$, doet de b wech, komt $4mm + \frac{oom}{p} \propto qq$, en $\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}} \propto q \propto \frac{orz}{2ab}$, doet wederom de b wech, en yder in't vierkant ghemultipliceert komt $4mm + \frac{oom}{p} \propto \frac{pprrz^4}{a^4 mm}$, soo is $\frac{4m^4 a^4}{ppz^4} + \frac{a^4 oom^3}{p^3 z^4} \propto rr$, en r is dan $\propto \sqrt{\frac{4m^4 a^4}{ppz^4} + \frac{a^4 oom^3}{p^3 z^4}}$, of $\frac{aam}{pzz} \sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de dwersche tot de rechte zijde) alsoo $\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$ tot $\frac{aam}{pzz} \sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$, de rechte zijde.

Voeghe hier tusschen in dit volghende Werck-stuck.

Van

Van deſen Ellipſis QCNF, is de dwerſche $\infty\, q$, *de rechte zijde* $\infty\, r$, *OP* $\infty\, d$, *en AP* $\infty\, b$, *voorts is HA tot AP, als f tot g, en HA tot HP, als f tot h, dat is AP tot HP, als g tot h, de lenghte der deurſnijdinghe DA, of EA te vinden.*

Wanneer men geſtelt heeft AB $\infty\, x$, en BC $\infty\, y$, ſo is hier voren gevondē $y \infty d + \frac{h}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$, te weten, wanneer C komt tuſſchen R en B. Nu ſtaet te bemercken dat de weerde van y in 't punt D of E ∞ nul is, voorts om dat A ſtaet tuſſchen D en B, daerom moet men in de plaets van $+x$, ſtellen $-x$, ſoo heeft men $y \infty d - \frac{h}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx} \infty 0$, of $d - \frac{h}{f}x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$. Dit multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant en de Verghelijckingh van malkander

ghe-

ghetrocken rest $+dd - \frac{2dh}{f}x + \frac{hh}{ff}xx \propto 0$, alles gedivi-

$$-\tfrac{1}{4}qq - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx$$
$$+\frac{bbq}{r}$$

deert door $\frac{hh}{ff} + \frac{ggq}{ffr}$ komt $xx + \frac{-2dfhr - 2bfgq}{hhr + ggq}x$ $+ \frac{ddffr - \frac{1}{4}ffqqr + bbffq}{hhr + ggq} \propto 0$, soo is $x \propto \frac{dfhr + bfgq}{hhr + ggq}$ $+\sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhqqrr - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$, en $x \propto \frac{dfhr + bfgq}{hhr + ggq} - \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhqqrr - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$, voor AE en AD. Soo is de differentie DE $\propto$ $\sqrt{\frac{8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$.

Merckt in de raeckende Linie AF, is DE $\propto 0$, soo is in de selve raeckende $8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r \propto 0$, divideert alles door $ffqr$, komt $8bdgh + hhqr - 4bbhh - 4ddgg + ggqq \propto 0$. Noch alles ghedivideert door $qr - 4bb$, komt

$$hh + \frac{8bdg}{qr - 4bb}h + \frac{-4ddgg + ggqq}{qr - 4bb} \propto 0,$$

Soo is $h \propto \sqrt{\frac{4ddggqr - ggq^3r + 4bbggqq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bdg}{qr - 4bb}$.

Wanneer men dan, uyt A, de raeckende AF, wil trecken, dan is AP tot GP, als g tot de ghevonden weerde van h, of als 1 tot $\sqrt{\frac{4ddqr - q^3r + 4bbqq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bd}{qr - 4bb}$.

So men nu stelt dat PA, of b is $\propto 0$, dan is MF tot MG als 1 tot $\sqrt{\frac{4dd - qq}{qr}}$, of als $\sqrt{qr}$ tot $\sqrt{4dd - qq}$, dat is als 't vierkant op OS tot 'et vierkant op OG min 't vierkant op OD.

Voorder soo men begheert dat DE is ghelijck een ghegheven quantiteyt, als neem ick $\propto k$, soo is

$\sqrt{8bd-}$

$$\sqrt{\frac{8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}} \infty k.$$

Wanneer men dan ſtelt g, voor de uniteyt, ſo is $ff \infty hh + 1$, en over-al de ff en g wech doet, ſoo ſalder gheen onbekende quantiteyt als h reſteeren, maer de Verghelijckinghe ſal loopen tot vier Dimenſien.

Den Hyperbole.

Wanneer men in den Hyperbole ſteldt MN ∞v, MC ∞x, de dwerſche ∞q, en de rechte zijde ∞r, dan is $x \infty \sqrt{\frac{brv + rvv}{q}}$, hier begint de onbekende quantiteyt v in 't punt N, ſoo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't center O begint, en datmen OM ſteldt ∞y, ſo is MN $\infty y - \frac{1}{2}q$, dit in de plaets van v gheſteldt, en deſſelfs vierkant in de plaets van vv, ſoo is MC ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{1}{4}qr}$, maer ſo men het gegeven punt ſteldt buyten O, dat geeft deſe volgende veranderinghen.

Ten eerſten, wanneer 't ghegheven punt, komt in den middel-lijn buyten 't Center O, als hier in I, en dat men ſtelt OI ∞b, IM ∞y, MC ∞x, de rechte zijde ∞r, de dwerſche ∞q, en OM ∞z, ſoo is MC of $x \infty \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, dan gheſteldt in de plaets van zz, het vierkant op $y + b$, zijnde $yy + 2by + bb$, komt $x \infty$ $\sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$, voor MC, maer ſoo 't punt M ſtaet tuſſchen I en O, dan ſteldtmen $b - y$, en ſoo 't punt O, ſtaet

tuſſchen

tusschen M en I, dan setmen $y - b$ in de plaets van z, soo dat men in dese twee leste voorvallen heeft $x \infty \sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$.

Ten tweeden, wanneer 't ghegheven punt komt buyten de Linie OM, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met OM, en dat men steldt OI ∞ AP ∞ b, AI ∞ d, evenwijdigh met LC, AL ∞ y, LC ∞ x, de rechte zijde ∞ r, en de dwersche ∞ q, Addeert LM tot MC, komt LC of $x \infty d + \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$, soo is LD ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr} - d$, en als C komt tusschen L en M, dan is $x \infty d - \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$.

Ten derden, wanneer 't ghegheven punt is buyten de Linie OM, in een linie onevenwijdigh met deselve, als hier in de linie AB in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL ghegheven is, so men stelt dat AB is tot AL, als f tot g, en AB tot BL als f tot h, en dat AB is ∞ y, so is AL $\infty \frac{gy}{f}$, en BL $\infty \frac{hy}{f}$, voorts dat BC is ∞ x, OI ∞ PA ∞ b, AI ∞ ML ∞ d, Addeert ML ∞ d, tot BL $\infty \frac{hy}{f}$, komt BM ∞ $d + \frac{hy}{f}$, en addeert AL tot AP, komt voor LP ∞ OM, $b + \frac{gy}{f}$, soo nu ghesteldt wordt OM ∞ z, so is MC $\infty \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, en gheschreven $b + \frac{gy}{f}$ in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgy}{f}$

+

$+\frac{ggyy}{ff}$ in de plaets van zz, ſoo is MC $\propto$ $\sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{qf}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, hier by ghedaen BM $\propto d+\frac{hy}{f}$, komt BC of $x \propto d+\frac{hy}{f}$ $+\sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, ſoo is BD $\propto$ $\sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy}-\overline{d+\frac{by}{f}}$. De veranderinghen van de teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Hier moet men bemercken, wanneer men een Vergelijckingh van twee Dimenſien uyt een Werck-ſtuck verkreghen heeft, dat diens wortel altijdt een Binomium is, of 't en waer dat de tweede term ontbrack, en het wortel-ghetal van 't ſelve Binomium, moet men altijdt ſtellen ghelijck MC, en wanneerder in 't ſelve wortel-getal, onder anderen een quantiteyt komt met $+yy$ geteeckent, dat geeft te kennen dat de kromme linie een Hyperbole is. Hier volghen vier Voorbeelden.

Eerſte voorbeeldt uyt de Geometrie van *Deſcartes*, pag: 326. Laet zijn BC, of $y \propto m-\frac{n}{z}x+\sqrt{mm+ox+\frac{p}{m}xx}$, ofte aldus $x \propto m-\frac{n}{z}y+\sqrt{mm+oy+\frac{p}{m}yy}$, om datter in 't wortel-ghetal komt $+yy$, dat gheeft te kennen dat de kromme linie een Hyperbole is.

Soo men de rechte en dwerſche zijde daer van begheert te vinden, als mede de quantiteyt b, dat is de lenghte van OI $\propto$ AP, ſoo doet men als volght:

Hier vooren hebben wy ghevonden $d-\frac{h}{f}y$ $+\sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, te weten wanneer

B komt tuſſchen L en M, deſe dan vergeleecken met die van *Deſcartes*, ſoo is voor-eerſt $d \infty m$, $b \infty n$, $f \infty z$, ſoo is $g \infty a$, en deſelve letters in plaets van d'onſe geſtelt, ſoo heeftmen noch de volgende drie Vergelijckinghen.

$mm \infty - \frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q}$.

$o \infty \frac{2abr}{qz}$, ſo is $\frac{2abr}{oz} \infty q$, en $\frac{oqz}{2ab} \infty r$.

$\frac{p}{m} \infty \frac{aar}{zzq}$, en $pzzq \infty aarm$, dat is als q tot r, alſoo aam tot pzz, doet in de derde verghelijckingh de r wech, komt $\frac{p}{m} \infty \frac{ao}{2bz}$, en $\frac{mao}{2pz} \infty b$, voor OI ∞ AP.

Doet in de eerſte verghelijckingh de q wech, komt $mm \infty - \frac{abrr}{2oz} + \frac{boz}{2a}$, en $\frac{2mmoz}{ab} - \frac{oozz}{aa} \infty - rr$, doet de b wech, komt $\frac{oozz}{aa} - \frac{4mpzz}{aa} \infty rr$, en $\frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp} \infty r \infty \frac{oqz}{2ab}$, dit multipliceert aen wederzijden met $\frac{a}{z}$ komt $\sqrt{oo - 4mp} \infty \frac{oq}{2b}$, doet de b wech, komt $\sqrt{oo - 4mp} \infty \frac{pqz}{ma}$, en $\frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp} \infty q$, of anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de rechte tot de dwerſche zijde) alſoo $\frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp}$ tot $\frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp}$.

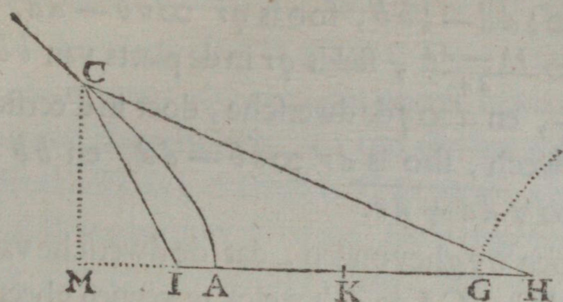
Soo hebben wy ghevonden AP ∞ OI, $\infty \frac{mao}{2pz}$.

De rechte zijde $\infty \frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp}$.

De dwerſche $\infty \frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp}$.

Tweede Voorbeeldt. Van deſen Drie-hoeck HCI, is gegheven den Baſis HI, en de differentie van beyde de opſtaende zijden, men vraeght naer de plaets van den top C.

Deeldt

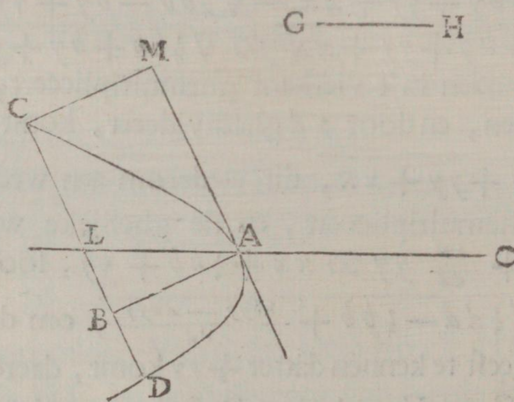


Deeldt H I in tween ghelijck in K, en ſteldt H I $\infty\, b$, HC — CI $\infty\, d$, KM $\infty\, y$, en MC $\infty\, x$, ſoo is HM ∞ $\frac{1}{2}b + y$, en MI $\infty\, y - \frac{1}{2}b$, addeert het vierkant op HM tot het vierkant, op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt HC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dan het vierkant op MI gedaen tot 't et vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt CI $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, ſoo is HC — CI $\infty\, d$ $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} - \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, en d $+ \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx} \infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, de ghelijcke wegh ghedaen, en door 2 d ghedivideert, komt $\frac{1}{2}d - \frac{b}{d}y \infty$ $\sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, dit wederom aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen, komt $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{dd}\, yy \infty xx + \frac{1}{4}bb + yy$, ſoo komt eyndelijck $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bbyy - ddyy}{dd}}$, om dat d minder is dan b, dat geeft te kennen datter $+ yy$ komt, daerom is de plaets van 't punt C, een Hyperbole: Deſe dan vergeleken, om datter in 't wortel getal geen y, en komt met $x \infty \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy}$, ſoo zijnder twee Verghelijckinghen.

$-\frac{1}{4}qr \propto \frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb$, ſoo is $qr \propto bb - dd$.
$\frac{r}{q} \propto \frac{bb-dd}{dd}$, ſteldt qr in de plaets van $bb - dd$, ſoo is $\frac{r}{q} \propto \frac{qr}{dd}$, en $d \propto q$ de dwerſche, doet in d'eerſte Verghelijckingh de q wech, ſoo is $dr \propto bb - dd$, en $bb \propto dd + dr$, ſoo is HI $\propto \sqrt{dd + dr}$.

Soo hebben wy ghevonden, dat de dwerſche van den Hyperbole is $\propto$ HC $-$ CI $\propto d$, 't welck te kennen gheeft, dat H en I, de brandt-punten zijn, welcker diſtantie is $\propto \sqrt{dd + dr}$, te weten, wanneer r is $\propto$ de rechte zijde, zijnde $\propto \frac{bb-dd}{d}$.

Derde Voorbeeldt. Deſe kromme Linie CAD, is ſoodanigh van natuer, dat ſoo men uyt eenigh punt in de ſelve als C, een rechthoeckighe laet vallen op de rechte AM, ſoo is altijdt de ghegheven GH, plus AM, tot AM, als AM tot CM, men begeert te weten wat kromme linie het zy.



Steldt GH $\propto k$, AM $\propto y$, en CM $\propto x$, ſoo is $k + y$, tot y, als y tot x, den rechthoeck op de buytenſte is ghelijck den

den rechthoeck op de binnenste, daerom is $kx + xy \infty yy$, en $yy - xy - kx \infty 0$, soo is $y \infty \frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$, voor BC, om dat hier komt $+ \frac{1}{4}xx$, dat gheeft te kennen, dat de kromme Linie een Hyperbole is, en om dat het wortel-ghetal altijdt de ordentlijcke is, daerom is CL $\infty \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$, en BL $\infty \frac{1}{2}x$, AB is ghegheven ∞x: Dese dan vergheleecken (om de rechte zijde en dwersche te vinden) met $y \infty d + \frac{hx}{f} + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}x + \frac{ggr}{ffq}xx}$, soo is $d \infty 0$, $h \infty 1$, en $f \infty 2$. Hier moet men bemercken dat AB en BC ∞y, recht-hoeckigh op malkander komen volghens het ghegheven, soo is dan AB tot BL als 2 tot 1, en AB tot AL als 2 tot $\sqrt{5}$, soo is $g \infty \sqrt{5}$. Nu zijnder noch drie Verghelijckinghen.

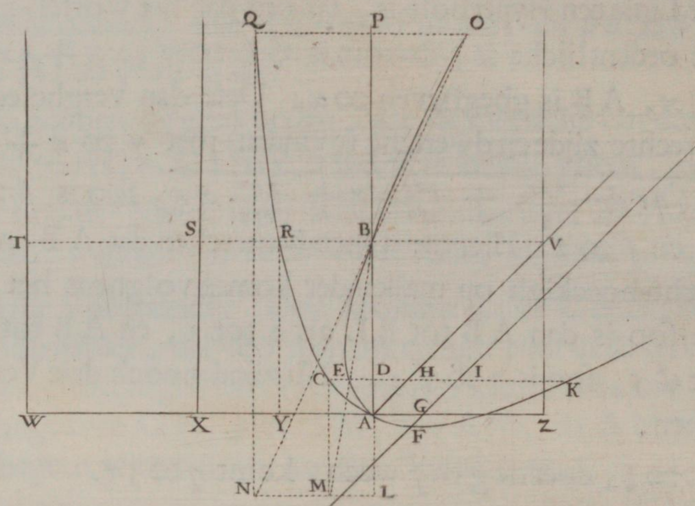
$\frac{ggr}{ffq} \infty \frac{1}{4}$, doet de g en f wech, komt $q \infty 5r$.

$\frac{2bgr}{fq} \infty k$, doet de g, f, en q wech, komt $b \infty \sqrt{5kk}$.

$-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} \infty 0$, doet de bb, en q wech komt $r \infty \sqrt{\frac{4}{5}kk}$, soo is $q \infty \sqrt{20kk}$, en b is dan $\infty \frac{1}{2}q$, 't welck betoont dat 'et punt A in den top van desen Hyperbole komt, wiens ordentlijcke zijn CL, LD.

Vierde Voorbeeldt. De vier evenwijdighe Linien TW, SX, BA, en VZ, worden rechthoeckigh doorsneden van de linie WZ, een punt te vinden als R, soodanigh dat het parallelepipedum van de drie rechthoeckighe Linien RT, RS, en RY, is ghelijck het parallelepipedum van de twee andere RB, RV, en noch een derde AZ.

Steldt



Steldt B R ∞y, R Y ∞x, A Z, A X, en W X ∞a, soo is R S $\infty a - y$, R T $\infty 2a - y$, en R V $\infty y + a$, Het parallelepipedum van R T, R S, en R Y is dan $\infty 2aax - 3axy + yyx$, het selve is gelijck het parallelepipedum van B R, R V, en A Z, zijnde $ayy + aay$, dese Vergelijckingh van malkander getrocken komt $ayy - xyy \begin{smallmatrix} +aay \\ +3axy \end{smallmatrix} - 2aax \infty 0$. Hier moet men bemercken dat dese A C R, een kromme linie is van drie Dimensien, om datter in de Verghelijckingh komt yyx, want de quantiteyten x en y zijn beyde onbekent, divideert de vergelijckingh door $a - x$, komt $yy + \frac{aa + 3ax}{a - x} y - \frac{2aax}{a - x} \infty 0$, en y is dan $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}a^4 + 3\frac{1}{2}a^3x + \frac{1}{4}aaxx}{aa - 2ax + xx}} - \frac{\frac{1}{2}aa + \frac{3}{2}ax}{a - x}$, in de

in de Noemer van dese breuck komt mede het teecken x, dat moet eerst wech ghedaen worden. Divideert alles door $\frac{\frac{3}{2}a}{a - x}$, en steldt z in de plaets van $\frac{ay - xy}{\frac{3}{2}a}$, dan sal de weerde van z, in een Keghel-sneede vallen, soo dat d'ordentlijcke zijnde y, wesen sal tot de ordentlijcke van de Keghel-sneede $\infty\ z$, als $\frac{3}{2}a$ tot $a - x$, soo komt $\frac{ay - xy}{\frac{3}{2}a} \infty z \infty \sqrt{\frac{1}{9}aa + \frac{14}{9}ax + \frac{1}{9}xx} - \frac{1}{3}a + x$, om datter komt $+ \frac{1}{9}xx$, dat gheeft te kennen dat de Keghel-sneede een Hyperbole is, en om dat het wortel-ghetal altijdts de ordentlijcke is, daerom is EI ∞ IK ∞ $\sqrt{\frac{1}{9}aa + \frac{14}{9}ax + \frac{1}{9}xx}$, en DI $\infty\ \frac{1}{3}a + x$. Wy hebben in 't divideren $\frac{3}{2}a$ ghenomen, om dat wy begeeren, dat AD en DH, ofte AB en BV, malkander gelijck sullen zijn. Dese dan verghelecken met $z \infty \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}x + \frac{ggr}{ffq}xx} - d + \frac{h}{f}x$, soo is $h \infty 1$, $f \infty 1$, $g \infty \sqrt{2}$, $d \infty \frac{1}{3}a$: Daer-en-boven zijnder noch dese volghende drie Verghelijckinghen.

$\frac{ggr}{ffq} \infty \frac{1}{9}$, doet de g en f wech, komt $q \infty 18r$.

$\frac{2bgr}{fq} \infty \frac{14}{9}a$, doet de g, f, en q, wech komt $b \infty \frac{14a}{\sqrt{2}}$ of $\sqrt{98aa}$, of $7a\sqrt{2}$.

$-\frac{1}{4}br + \frac{bbr}{q} \infty \frac{1}{9}aa$, doet de b en q wech, komt $r \infty \frac{4}{9}a\sqrt{6}$, soo is $q \infty 8a\sqrt{6}$.

In de Fuguer is dan AD tot DH als 1 tot 1, en tot AH, als 1 tot $\sqrt{2}$, voorts AG is $\infty\ \frac{1}{3}a$, van 't middel-punt tot G is $\infty\ \sqrt{98aa}$, en van 't middel-punt tot F, dat is de halve dwersche is $\infty\ \sqrt{96aa}$, treckt IF parallel met HA, de selve sal den middel-lijn van den Hyperbole zijn, en F sijn top. Beschrijft

S

schrijft nu een scheeve Hyperbole, waer van de dwersche doet $8a\sqrt{6}$, en de rechte zijde $\frac{4}{9}a\sqrt{6}$, zijnde alhier KFAEBO, diens ordentlijcke zijn EI, IK. Merckt de punten A en B vallen beyde in den Hyperbole, soodanigh dat AB is ∞a, want soo men steldt DE $\infty z \infty \sqrt{\frac{1}{9}aa + \frac{14}{9}ax + \frac{1}{9}xx} - \frac{1}{3}a + x$ ∞ o, soo komt $a \infty x$. Maeckt AL $\infty \frac{1}{2}a$, en treckt LN parallel met AG. Om nu het punt C in de kromme linie te vinden, treckt DC evenwijdigh met LN, en dan deur 't punt E de Linie BM, ten lesten DC ghelijck LM, soo heeft men het punt C, en alsoo met alle de punten van Hyperbole voortgaende, verkrijghtmen de begeerde kromme linie ACRQ.

Dese kromme Linie kan seer licht door punten ghevonden worden, om dat in de verghelijckingh x maer een Dimensie heeft, want wy behoeven maer in yder punt, eenige bekende quantiteyt voor y, dat is voor AY te stellen. Als by voorbeeldt, laet zijn $a \infty 10$, en dat men steldt $y \infty 2$, en dese ghetallen in de plaets van de letters in de verghelijckingh ghebracht, soo heeft men $144\,x \infty 240$, dat is $x \infty \frac{5}{3}$. En y ghesteldt $\infty 3$, so heeft men $119\,x \infty 390$, dat is $x \infty \frac{390}{119}$, dese wijse vervolgende kan men oneyndelijcke punten vinden.

Dit Werck-stuck is aen-gheroert in de Geometrie van *Descartes* pag: 339. en tot oeffeninghe stelle hier noch tusschen in, dit volghende Werck-stuck.

Van desen Hyperbole CND, is de dwersche ∞q, de rechte zijde ∞r, OI ∞ AP ∞b, AI ∞ OP ∞d, AB tot AL als f tot g, en AB tot BL als f tot h, soo is BL tot AL, als h tot g, de lenghte van AF en AE te vinden.

Soo men heeft ghesteldt AB $\infty\, y$, en BD $\infty\, x$, so is hier voor ghevonden $x \infty \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggr}{ffq}yy} - d + \frac{by}{f}$, wanneer nu BD $\infty\, x$, is ∞ o, soo komt AF $\infty\, y$, in den omtreck van den Hyperbole. Om dan AF te vinden, steldt de ghevonden weerde van $x \infty$ o, soo heeft men $\sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}y + \frac{ggr}{ffq}yy} \infty d + \frac{by}{f}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de verghelijckingh van malkander ghetrocken, rest

$+\frac{hh}{ff}yy+\frac{2dh}{f}y+dd\infty 0$, alles gedivideert door $\frac{hh}{ff}-\frac{ggr}{ffq}$

$-\frac{ggr}{ffq}yy-\frac{2hgr}{fq}y-\frac{hhr}{q}$

$+\frac{1}{4}qr$

komt $yy+\frac{2dfhq-2hfgr}{hhq-ggr}y+\frac{ddffq-hhffr+\frac{1}{4}ffqqr}{hhq-ggr}\infty 0$, foo is

$$y\infty\frac{-dfhq+hfgr}{hhq-ggr}+\sqrt{\frac{-2hdffghqr+hhffhhqr-\frac{1}{4}ffhhq^3r+ddffggqr+\frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq-2gg\,hhqr+g^4rr}}$$

voor de weerde van AF, en om dat AE aen de contrarie zijde van AB ftaet, daerom fteldt $-y$ in de plaets van $+y$, foo komt

$$y\infty\frac{+dfhq-hfgr}{hhq-ggr}+\sqrt{\frac{-2hdffghqr+hhffhhqr-\frac{1}{4}ffhhq^3r+ddffggqr+\frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq-2gg\,hhqr+g^4rr}}$$

voor de weerde van AE, foo men AF en AE t' faemen addeert, komt voor de gheheele EF,

$$2\sqrt{\frac{-2hdffghqr+hhffhhqr-\frac{1}{4}ffhhq^3r+ddffggqr+\frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq-2gghhqr+g^4rr}}$$, dan is

AI tot IK als h tot g, fo men dan $-g$, fteldt jn de plaets van $+g$, foo verkrijght men GH ∞

$$2\sqrt{\frac{+2hdffghqr+hhffhhqr-\frac{1}{4}ffhhq^3r+ddffggqr+\frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq-2gghhqr+g^4rr}}.$$

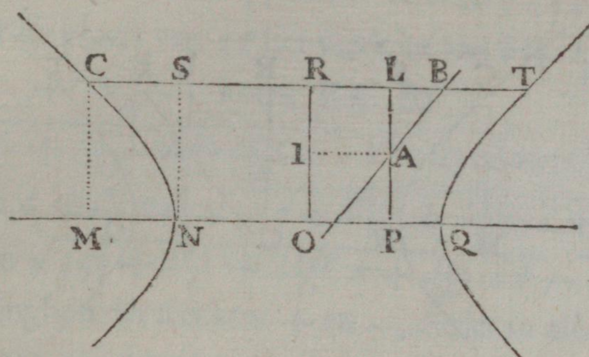
Soo men begheerde deur 't punt A een Linie te trecken als EF ghelijck een ghegheven Linie moghelijck zijnde, als neem ick ghelijck k, foo is de ghevonden

$$2\sqrt{\frac{-2hdffghqr+hhffhhqr-\frac{1}{4}ffhhq^3r+ddffggqr+\frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq-2gghhqr+g^4rr}}\infty k,$$

Wanneer men dan ftelt g voor de uniteyt, fo is $ff\infty hh+1$, en over-al de f en g wech ghedaen, foo falder gheen onbekende quantiteyt refteeren als h, maer de verghelijckingh fal vier Dimenfien hebben.

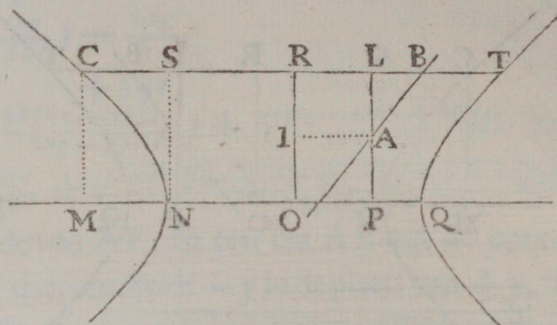
Wanneer men fteldt dat de ordentlijcke linien parallel met de dwerfche komen, foo heeft men defe volgende veranderinghen.

Soo



Soo in den Hyperbole ghesteldt wordt N M $\infty\, v$, M C $\infty\, x$, de dwersche Q N $\infty\, q$, en de rechte zijde $\infty\, r$, soo is $x \infty \sqrt{\frac{qrv + rvv}{q}}$, dat is $xx \infty rv + \frac{r}{q} vv$, of $vv + qv - \frac{q}{r} xx \infty o$, soo is $v \infty - \frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{q}{r} xx}$, hier by doet N O $\infty \frac{1}{2} q$, komt voor M O ∞ C R, $\sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{q}{r} xx}$. Soo men dan steldt O R $\infty\, x$, R C ∞ R T $\infty\, y$, so is $y \infty \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{q}{r} xx}$, hier begint x in 't bepaelde punt O, zijnde het middel-punt, en y begint in 't onbepaelde punt R, zijnde in de ordentlijcke middel-lijn, maer soo men het ghegheven punt buyten O stelt, dat geeft dese volgende veranderingen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt komt in de ordentlijcke middel-linie O R, buyten het middel-punt O, als neem ick in I, en dat men steldt O I $\infty\, b$, I R $\infty\, x$, R C $\infty\, y$, de rechte zijde $\infty\, r$, de dwersche $\infty\, q$, en O R $\infty\, z$, soo is R C $\infty \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{q}{r} zz}$, so ick dan in de plaets van zz stel het vierkant op $b + x$, so is R C of $y \infty \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r} x + \frac{q}{r} xx}$, maer wanneer R is tusschen O en I, dan steldt men $b - x$, en wanneer O is tusschen I en R, dan steldt men $x - b \infty z$, so



dat men in dese twee laetste voorvallen heeft $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$.

Ten tweeden, soo het ghegheven punt, komt buyten de Linie O R, als neem ick in A, en dat A L evenwijdigh is met O R, voorts dat men steldt O I ∞ A P $\infty\ b$, A I $\infty\ d$, parallel met N Q, A L $\infty\ x$, L C $\infty\ y$, de rechte zijde $\infty\ r$, en de dwersche $\infty\ q$, soo addeert men L R tot R C, komt L C of $y \infty d + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$, soo is L T $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx} - d$, maer als C komt tusschen L en R, dan is $y \infty d - \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt is buyten de Linie O R, in een linie onevenwijdigh met deselve, als hier in de Linie A B in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L gegeven is. Soo men dan steldt, dat A B is tot A L als f tot g, en A B tot B L als f tot h, en dat A B doet x, so is A L $\infty \frac{gx}{f}$, en BL $\infty \frac{hx}{f}$, voorts dat B C is $\infty\ y$, O I ∞ P A $\infty\ b$, I A ∞ R L $\infty\ d$. Addeert R L $\infty\ d$, tot B L $\infty \frac{hx}{f}$, komt B R $\infty\ d + \frac{hx}{f}$, en addeert A L tot A P, komt L P ∞ O R $\infty\ b + \frac{gx}{f}$. Soo

men

men nu ſteldt dat OR doet z, ſoo is RC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}zz}$, ſteldt dan in de plaets van zz het vierkant van $b + \frac{gx}{f}$, zijnde $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{ggxx}{ff}$, komt RC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{rf}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, hier by addeert RB, komt BC $\infty\ y \infty d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, ſoo is BT $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx} - d + \frac{h}{f}x$. De veranderinghen der teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men dan, een Werck-ſtuck tot een Vierkant-verghelijckinghe ghebracht heeft, wiens wortel altijdt een Binomium is, of 't en zy dat de tweede term ontbreeckt, ſoo is altijdt van 't ſelve Binomium RC de ordentlijcke het wortel-getal, en ſooder in 't ſelve wortel-ghetal, onder anderen komt $+xx$, dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Hyperbole is.

Hier volghen twee Voorbeelden.

Eerſte Voorbeelt. Uyt de Françe Geometrie van *Deſcartes* pag: 326. laet weſen BC of $y \infty m + \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox + \frac{p}{m}xx}$, om dat hier in 't wortel-ghetal komt $+xx$, dat gheeft te kennen dat de Keghel-ſneede een Hyperbole is, deſe dan vergeleecken met $y \infty d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, ſoo hebben wy $d \infty m$, $f \infty z$, $h \infty n$, ſoo is $g \infty a$, de letters van *Deſcartes* in de plaets van d'onſe gheſteldt, ſoo zijnder noch deſe volghende drie vergelijckinghen.

$mm \infty \frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r}$.

$o \infty \frac{2abq}{rz}$, ſoo is $\frac{orz}{2ab} \infty q$, en $\frac{2abq}{oz} \infty r$.

$\frac{p}{m} \infty \frac{aaq}{rzz}$, ſoo is $przz \infty maaq$, dat is als q tot r, al-

ſoo

ſoo pzz tot aam, zijnde de reden vande dwerſche tot de rechte zijde, doet in de derde Verghelijckingh de q wech komt $aom \infty 2bpz$, ſoo is $\frac{aom}{2pz} \infty b$, voor OI ∞ PA.

Doet in de eerſte Verghelijckingh de r wech, komt $mm \infty \frac{1}{4}qq + \frac{boz}{2a}$, en $4mm - \frac{2boz}{a} \infty qq$, doet de b wech, komt $4mm - \frac{oom}{p} \infty qq$ en $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}} \infty q \infty \frac{orz}{2ab}$, doet de b wech, komt $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}} \infty \frac{przz}{aam}$, ſo is $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}}$ ∞r. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de dwerſche tot de rechte zijde) alſo $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}}$, tot $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}}$.

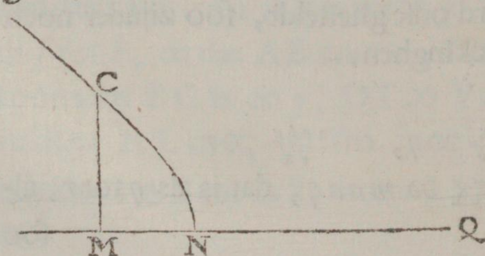
Tweede Voorbeeldt. Van drie proportionalen gegheven zijnde de differentie der uytterſten, deſelve te vinden.

Steldt de differentie der uyterſten ∞a, het eerſte ∞y, het tweede ∞x, ſo is 't derde $\infty y + a$, den rechthoeck op de uytterſten is ghelijck het vierkant op de middelſte, ſo is $yy + ay \infty xx$ en $yy + ay - xx \infty 0$. So heeſtmen $y \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + xx}$, om dat hier in 't wortel-ghetal komt $+ xx$, dat gheeft te kennen dat de plaets een Hyperbole is. Daerom deſe vergelijckinge vergheleecken met $y \infty -\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}xx}$, komt

$-\frac{1}{2}a \infty -\frac{1}{2}q$, ſoo is $a \infty q$.

$\frac{1}{4}aa \infty \frac{1}{4}qq$, komt wederom $a \infty q$.

$1 \infty \frac{q}{r}$, ſoo is $q \infty r$, dat gheeft te kennen, dat 'et een Hyperbole is, van welck de rechte en dwerſche zijde malkander ghelijck zijn.

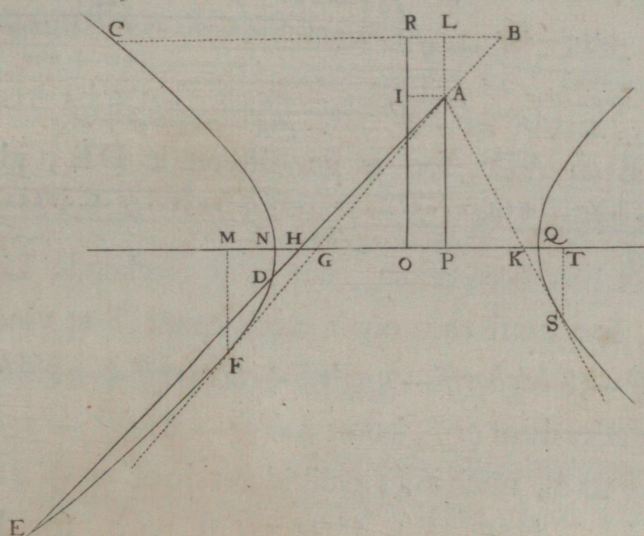


Beſchrijft daerom een Hyperbole van welk de dwerſche en rechte zijde is ∞a als CN, ſteldt dan eenighe ordentlijcke als CM, ſoo hebbē wy voor de proportiona-

tionalen MN het eerste, MC het tweede, en MQ het derde.

Volght noch tot oeffeninghe een Werck-stuck.

Van desen Hyperbole CNF, is de dwersche ∞ q, de rechte zijde ∞ r, OP ∞ d, AP ∞ b, voorts HA is tot AP als f tot g, en HA tot HP als f tot h, soo is AP tot HP als g tot h, de lenghte der deursnijdinghe AD of AE te vinden.



Wanneer men ghesteldt heeft AB ∞ x, en BC ∞ y, soo hebben wy hier vooren ghevonden $y \infty d + \frac{h}{f} x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr} x + \frac{ggq}{ffr} xx}$, men moet hier bemercken dat de weerde van y in't punt D of E is ∞ nul, en om dat A is tusschen B en D, daerom moet men inde plaets van $+x$, schrijvẽ $-x$, so heeftmẽ $d - \frac{h}{f} x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr} x + \frac{ggq}{ffr} xx}$

∞ o,

$\propto o$, of $d - \frac{h}{f}x \propto -\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de Verghelijckingh van malkander ghetrocken

rest $\frac{ggq}{ffr}xx - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{1}{4}qq \propto o$, divideert alles door

$$- \frac{hh}{ff}xx + \frac{2dh}{f}x + \frac{bbq}{r}$$
$$- dd$$

$\frac{ggq}{ffr} - \frac{hh}{ff}$, komt $xx + \frac{-2bgqf + 2dhrf}{ggq - hhr}x + \frac{\frac{1}{4}qqrff + bbqff - ddrff}{ggq - hhr} \propto o$,

so is $x \propto \frac{+bgqf - dhrf}{ggq - hhr} + \sqrt{\frac{+ddggqrff - 2bdghqrff - \frac{1}{4}ggq^3rff + \frac{1}{4}hhqqrrff + bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$

en $x \propto \frac{+bgqf - dhrf}{ggq - hhr} - \sqrt{\frac{+ddggqrff - 2bdghqrff - \frac{1}{4}ggq^3rff + \frac{1}{4}hhqqrrff + bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$

voor AE en AD, soo is de differentie DE, ghelijck

$\sqrt{\frac{4ddggqrff - 8bdghqrff - ggq^3rff + hhqqrrff + 4bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$,

Men moet hier bemercken, dat in de raeckende Linie, DE $\propto o$ is, soo heeft men om 't raeck-punt F te vinden $4ddggqrff - 8bdghqrff - ggq^3rff + hhqqrrff + 4bbhhqrff \propto o$, divideert alles door $qrff$, komt $4ddgg - 8bdgh - ggqq + hhqr + 4bbhh \propto o$, noch alles gedivideert door $qr + 4bb$, komt

$$hh - \frac{8bdg}{qr + 4bb}h + \frac{4ddgg - ggqq}{qr + 4bb} \propto o,$$ soo heeft men

$$h \propto \frac{4bdg}{qr + 4bb} + \sqrt{\frac{ggq^3r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$$

of $h \propto \frac{4bdg}{qr + 4bb} - \sqrt{\frac{ggq^3r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$, wanneermen dan uyt A, de raeckende AF wil trecken, dan is AP tot GP, als g tot de gevonden weerde van h, of als 1 tot $\frac{4bd}{qr + 4bb} + \sqrt{\frac{q^3r - 4ddqr + 4bbqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$, of als $qr + 4bb$, tot $4bd + \sqrt{q^3r - 4ddqr + 4bbqq}$, te weten soo 't moghelijck

is,

is, want G moet altijdt komen tuſſchen N en O.

Ende AP is tot PK, als 1 tot $\frac{4bd}{qr+4bb} - \sqrt{\frac{q^3r-4ddqr+4bbqq}{qqrr+8bbqr+16b^4}}$, Soo men nu ſteldt AP of $b \infty 0$, dan is ST tot KT, als 1 tot $\sqrt{\frac{qq-4dd}{qr}}$, KS is dan $\infty -\frac{dhrf}{ggq-hhr}$, of ∞ $\sqrt{\frac{q^4-8ddqq+q^3r+16d^4-4ddqr}{16dd}}$, want g is ∞ 1, $h \infty \sqrt{\frac{qq-4dd}{qr}}$, en $f \infty \sqrt{hh+1}$.

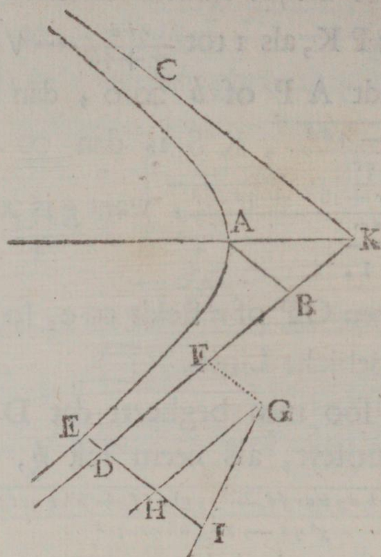
En wanneer men OP of d ſteldt ∞ 0, ſo is KS $\infty \sqrt{\frac{q^4+q^3r}{0}}$, zijnde een oneyndelijcke Linie.

Ten laetſten, ſoo men begheert dat DE is ghelijck een ghegheven quantiteyt, als, neem ick k, ſoo is

$$\sqrt{\frac{4ddggqrff-8bdghqrff-ggq^3rff+hhqqrrff+4bbhhqrff}{g^4qq-2gghhqr+h^4rr}} \infty k,$$

of $\frac{4ddqr-8bdhqr-q^3r+hhqqrr+4bbhhqr}{qq-2hhqr+h^4rr} \infty \frac{kk}{hh+1}$, te weten, als men g ſteldt ∞ 1, dan is $ff \infty hh+1$, en men verkrijght een Verghelijckingh van vier Dimenſien, in welck geen onbekende quantiteyten zijn, als h.

Hiet mede meynen wy ghenoegh gheſchreven te hebben van de plaetſen dat Keeghel-ſneeden zijn, en in welck de ordentlijcke op den middel-lijn, of evenwijdigh met de ſelve komen, ſal hier noch by voeghen de Verghelijckinghen dieder ontſtaen, wanneer men in den Hyperbole, de ordentlijcke Linien op de altijdt-naerderende ſteldt, ghelijck hier nae volght.



Soo men gheeft dat de ordentlijcke Linien, die op een van de altijdt-naerderende komen, parallel zijn met de andere altijdt-naerderende Linie, en dat DK is ∞x, DE ∞y, en AB ∞ BK ∞m, soo is $xy \infty mm$, en $y \infty \frac{mm}{x}$ voor DE, hier begint de onbekende quantiteyt x in 't Center K, maer soo deselve van een ander ghegheven punt begint, dan heeft men dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, als 't ghegheven punt komt in de noyt-t'samenkomende buyten 't punt K, als neem ick in 't punt F, en datmen steldt KF ∞b, FD ∞x, en DE ∞y, voorts AB ∞ BK ∞m, en DK ∞z, so is $zy \infty mm$, soo men dan $b + x$, in de plaets van z steldt, soo heeft men $by + xy \infty mm$, en DE $\infty y \infty \frac{mm}{b + x}$, soo D komt tusschen F en K steldt men $b - x$, en soo K komt tusschen D en F, steldt men $x - b$.

Ten tweeden, wanneer 't ghegheven punt komt buyten de noyt-

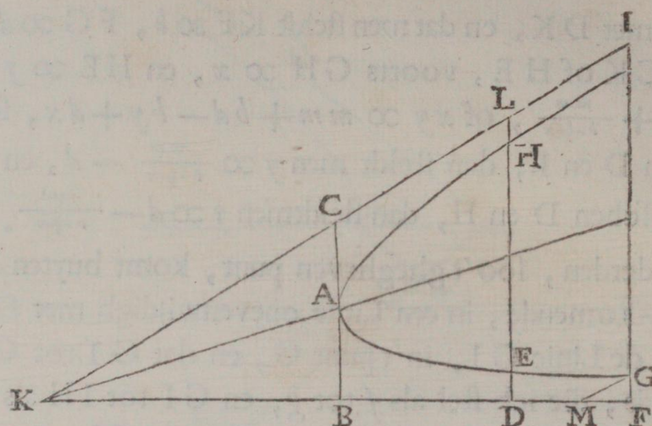
noyt-t'ſamen-komende, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met DK, en dat men ſteldt KF $\infty\, b$, FG $\infty\, d$, parallel mt CK of HE, voorts GH $\infty\, x$, en HE $\infty\, y$, ſoo is $y \infty\, d + \frac{mm}{b+x}$, of $xy \infty\, mm + bd - by + dx$, ſoo H is tuſſchen D en E, dan ſteldt men $y \infty\, \frac{mm}{b+x} - d$, en wanneer E is tuſſchen D en H, dan ſteldtmen $y \infty\, d - \frac{mm}{b+x}$.

Ten derden, ſoo 't ghegheven punt, komt buyten de noyt-t'ſamen-komende, in een Linie onevenwijdigh met DK, als hier in de Linie GI, in 't punt G, en dat GI tot GH ghegheven is, die ick ſtel als f tot g, en GI tot IH als f tot h, ſoo dan doet KF $\infty\, b$, FG ∞ DH $\infty\, d$, GI $\infty\, x$, IE $\infty\, y$ parallel met CK, ſoo is f tot g, als GI $\infty\, x$, tot HG ∞ DF $\infty\, \frac{gx}{f}$, en als f tot h, alſoo x tot $\frac{hx}{f}$ voor HI, hier by addeert DH $\infty\, d$, ſoo komt ID $\infty\, d + \frac{hx}{f}$. Addeert mede KF $\infty\, b$, tot DF $\infty\, \frac{gx}{f}$, komt $b + \frac{gx}{f}$ voor DK. So men nu ſteldt dat DK doet z, ſo is DE $\infty\, \frac{mm}{z}$, ſchrijft $b + \frac{gx}{f}$ in de plaets van z, ſoo komt DE $\infty\, \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$, hier by addeert DI, komt EI, of $y \infty\, d + \frac{hx}{f} + \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$, dat is $fgxy$

$$\begin{array}{llll} \infty\, mmff & - bffy & + bfhx & + ghxx \\ + bdff & & + dgfx & \end{array}$$

, de veranderinghen der teeckens + en −, in de andere voorvallen, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men ſteldt dat de ordentlijcke Linien niet parallel en zijn met de noyt-t'ſamen-komende, ſoo heeft men deſe volghende veranderinghen.



Treckt de raeckende BC, en ſteldt de ſelve $\infty\, e$, en BK tot BC als f tot g, ſoo is BK $\infty\, \frac{fe}{g}$, DK $\infty\, x$, en DE $\infty\, y$, evenwijdigh met BC, nu als BK tot BC, dat is als f tot g, alſoo DK $\infty\, x$ tot DL $\infty\, \frac{gx}{f}$, hier van treckt DE $\infty\, y$, reſt EL $\infty\, \frac{gx}{f} - y$, Multipliceert DE met EL, komt $\frac{gxy}{f} - yy \,\infty\, \frac{1}{4}ee$, want de recht-hoecken BA, AC, en DE, EL, zijn malkander gelijck, ſo is $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{gxy}{f}$.

Hier begint de onbekende waerde x in 't punt K, zijnde het middel-punt, maer ſoo men ſteldt dat x begint in 't ghegheven punt F, en dat men ſteldt FK $\infty\, d$, FD $\infty\, x$, DE $\infty\, y$, en DK $\infty\, z$, ſo is $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{gzy}{f}$, ſteldt $d - x$ in de plaets van z, ſoo heeft men $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$. En alſoo met alle andere voorvallen.

Men moet hier bemercken, datter in de Verghelijckinghen van alle deſe voorvallen komt xy, waer uyt men weet, dat de-

ſelve

selve door de noyt-t'samen-komende bekent ghemaeckt konnen worden.

Als by voorbeeldt, in de Françe Geometrie van *Descartes* pag: 322. heeftmen $yy \infty - ac + ay + cy - \frac{c}{b} xy$, dese vergeleecken met $yy \infty - \frac{1}{4} ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$, so hebben wy hier dese drie Vergelijckinghen.

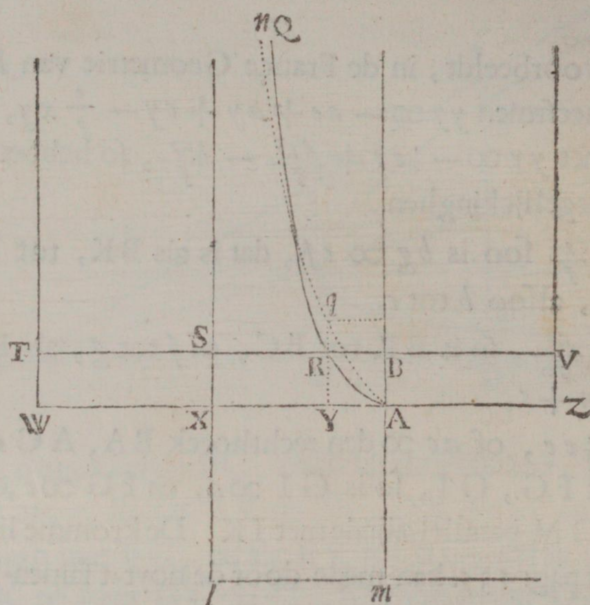
$\frac{c}{b} \infty \frac{g}{f}$ soo is $bg \infty cf$, dat is als BK, tot BC, of als f tot g, alsoo b tot c.

$a + c \infty \frac{dg}{f}$, so is BK tot BC, of f tot g, als KF $\infty\, d$ tot FI $\infty\, a + c$.

$ac \infty \frac{1}{4} ee$, of $ac \infty$ den rechthoeck BA, AC of ∞ den rechthoeck FG, GI, so is GI $\infty\, a$, en FG $\infty\, c$, en FM is dan $\infty\, b$, GM parallel zijnde met IK. De kromme linie van 't voorbeeldt pag: 135. kan mede door de noyt-t'samen-komende ghevonden worden, als volght:

Stelt RY $\infty\, z$, SR $\infty\, y$, TS ∞ SB ∞ BV ∞ AZ $\infty\, a$, soo is het parallelepipedum van de drie RY, SR en TR, zijnde $azy + zyy$ gelijck het parallelepipedum, van de drie RB, RV, en AZ, zijnde $2a^3 - 3aay + ayy$, so is $z \infty \frac{2a^3 - 3aay + ayy}{ay + yy}$, divideert alles door $\frac{2a - y}{a + y}$, so komter $\frac{a + y}{2a - y}$ in $z \infty \frac{aa - ay}{y}$, stelt x in de plaets van $\frac{a + y}{2a - y}$ in z, soo heeftmen $x \infty \frac{aa - ay}{y}$ en $xy \infty aa - ay$, dit vergheleecken met $xy \infty mm - by$, komt $a \infty m$, en $a \infty b$, dit kan door Linien dan ontbonden worden als volght:

Maeckt



Maeckt $X l \infty X A$, en $l m$ evenwijdigh met $X A$, en dan tusschen de noyt-t'samenkomende $X l$, en $l m$, deur 't punt A beschreven den Hyperbole $n q A$. Voorts als $a + y$, tot $2 a - y$, also x tot z, dat is als WY tot YZ, alsoo q Y tot RY, soo is de begheerde kromme Linie QRA.

Wy maecken hier mede een eynde, van de plaetsen. Den Leerlingh sal wel konnen bemercken, dat die van den Ellipsis, en die van den Hyperbole in alles over-een komen, en niet en verscheelen dan in de teeckens + en —, also het onderscheydt daer in alleen bestaet, dat de dwersche binnen den Ellipsis komt, en in den Hyperbole daer buyten, so dat men (wanneer men het voor den Ellipsis bereeckent heeft) maer $-q$, in de plaets van $+q$, en $+q$ in de plaets van $-q$, behoeft te stellen (soo heeft men het

voor

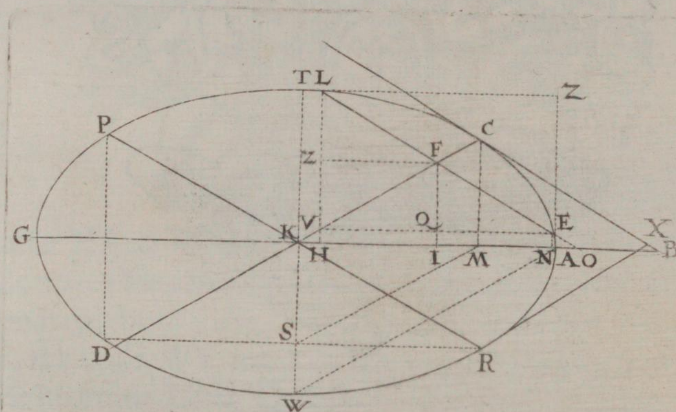
voor den Hyperbole), qq moet niet verandert worden, om dat — met — gemultipliceert mede + maeckt, als by voorbeelt in den Ellipsis is gevondē LC $\infty\ x \infty\ d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, soo men dan $+q$ in de plaets van $-q$ steldt, soo heeft men voor den Hyperbole $x \infty\ d + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q}}$, en in beyde dese moet het punt A, tusschen L en 't Center komen, en alsoo met alle andere. Besiet de Figuer, pag: 108.



V TOE-

TOE-GIFT.

IN de Grondt der Meet-konst pag: 17, daer ick van de middel-linien in den Parabole ghefchreven hebbe wordt getoont, hoe men de rechte zijde kan vinden voor yder middel-lijn, soo men desgelijcks de dwersche en rechte zijde begheert te vinden van den Ellipsis, soo is pag: 30. ghevonden $x \infty \sqrt{\frac{racc - qbbcc}{qa}}$ voor FQ, wanneer men dan KF of b, stelt ∞ o, soo heeft men KS of $x \infty \sqrt{\frac{rcc}{q}}$. Dat is als $\sqrt{q}$ tot $\sqrt{r}$,



alsoo KM tot KS, ofte als AK tot KM also KW tot KS, dan als CM $\infty\, n$, tot MB $\infty \frac{a}{c}$, also KS $\infty\, x$ tot SR $\infty \frac{ax}{cn}$, addeert het vierkant op KS tot 'et vierkant op SR, komt het vierkant op KR $\infty \frac{aaxx}{ccnn} + xx$, doet de xx wech komt KR $\infty \sqrt{\frac{aar}{qnn} + \frac{rcc}{q}}$, steldt $\frac{1}{4}qq - qy + yy$ in de plaets van cc,

$\frac{qry - ryy}{q}$, in de plaets van nn, en $qy - yy$ in de plaets van a, komt KR ∞ $\sqrt{qy - yy + \frac{1}{4}qr - ry + \frac{r}{q}yy}$, KC is ∞ $\sqrt{cc + nn}$, so komt KC ∞ $\sqrt{+\frac{1}{4}qq - qy + yy + ry - \frac{r}{q}yy}$, so is dan de dwersche DC ∞ $\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$

en de rechte zijde ∞ $\frac{4qy - 4yy + qr - 4ry + 4\frac{r}{q}yy}{\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}}$,

De diametri conjugatæ, of de ordentlijcke middel-linien zijn dan

$\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$ de dwersche

$\sqrt{qr + 4qy - 4yy - 4ry + 4\frac{r}{q}yy}$ de ordentlijcke middel-lijn.

De somme der vierkanten op dese middel-lijnen is ∞ $qq + qr$, waer uyt volght, dat de somme der vierkanten, op alle de Diametri conjugatæ malkander gheliick zijn. Anders: so men stelt KM ∞ z, dan is MC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, addeert de vierkanten op KM en MC t'saemen uyt de som den vierkant-wortel, komt KC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz + zz}$. Nu als KA ∞ $\frac{1}{2}q$ tot KW ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr}$, alsoo KM ∞ z, tot $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$ voor KS, so is SR ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - zz}$, en KR ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - zz + \frac{r}{q}zz}$.

Het vierkant op CM is dan ∞ den rechthoeck op TS, SW, ende den rechthoeck GM, MA ∞ het vierkant op SR. KB doet $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$ dat is als KM tot KA, alsoo KA tot KB, multipliceert KB ∞ $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$ met KS ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$, komt het parallelegram KCXR ∞ $\sqrt{\frac{1}{16}q^3r}$, ende soo veel salder mede komen wanneer men KT multipliceert met KA, waer uyt volght dat

alle de parallelegrammen die inden Ellipsis aldus beschreven worden malkander ghelijck zijn.

Wanneer 't voor valt dat K M is ∞ M B, dan is over-al het vierkant op F E ghelijck den rechthoeck D F, F C, ghelijck het in een rondt doet, 't welck ghesschiedt wanneer C D is ∞ P R, te weten:

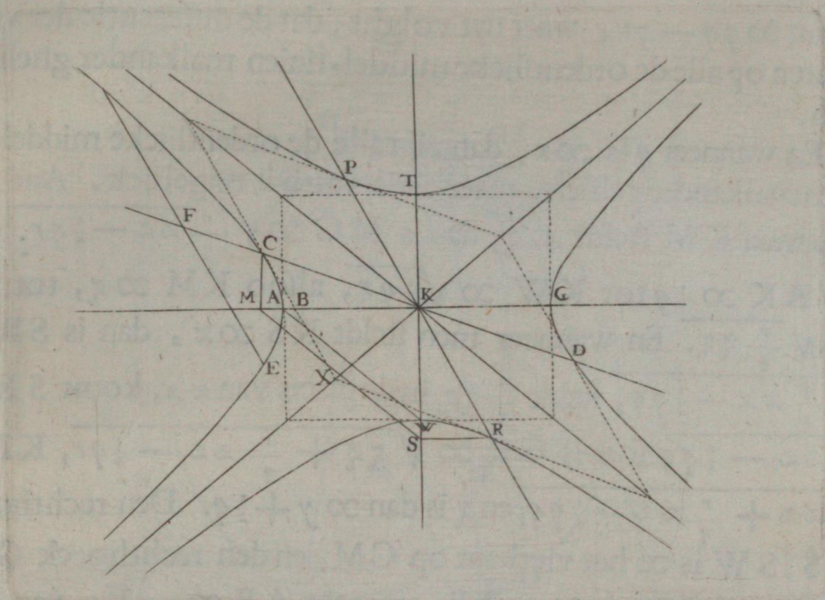
$$qq - 4qy + 4\ yy \infty qr + 4qy - 4\ yy$$
$$+ 4ry - 4\tfrac{r}{q}yy \qquad - 4ry + 4\tfrac{r}{q}yy$$

so is $q^3 - qqr \infty + 8\,qqy - 8\,qyy$, dit divideert aen wederzijdẽ
$$- 8\,qry + 8\,ryy$$
door $8q - 8r$, komt $\tfrac{1}{8}qq \infty qy - yy$, soo is
$$y \infty \tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{8}qq}, \text{ voor GM}$$
en $y \infty \tfrac{1}{2}q - \sqrt{\tfrac{1}{8}qq}$, voor M A, soo is K M ∞ $\sqrt{\tfrac{1}{8}qq}$, dat is, dat 'et vierkant op K A, is dubbelt van't vierkant op K M, en dan sal K C zijn ∞ $\sqrt{\tfrac{1}{8}qr + \tfrac{1}{8}qq}$, dat is het vierkant op K C, is de helft van de twee vierkanten op K T en K A, dan is K S ∞ $\sqrt{\tfrac{1}{8}qr}$, dat is het vierkant op K S, is de helft van 't vierkant op K W. Volght een Werckstuck.

Van desen Ellipsis is den langhsten middel-lijn G A ∞ 6, den kortsten T W ∞ 4, en van den middel-lijn C D, is den rechthoeck D F, F C, tot 'et vierkant op de ordentlijcke E F, als 3 tot 2, men vraeght naer de lenghte G M of M A. Antwoordt G M, $3 + \sqrt{6\tfrac{21}{25}}$, *en M A,* $3 - \sqrt{6\tfrac{21}{25}}$.

Om in den Hyperbole alle de Diametri conjugatæ te vinden, so moet men bemercken dat in den Hyperbole de dwersche komt buyten de Keghel-sneede, contrarie den Ellipsis, en daerom moet men over-al $-q$ stellen in de plaets van $+q$, en $+q$ in de plaets van $-q$, maer qq moet niet verander worden om dat $-$ met $-$ ghemultipliceert mede $+$ maeckt, soo heeft men

voor



voor CD de dwersche $\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}$

en voor PR de ordentlijcke middellijn $\sqrt{-qr - 4qy - 4yy - 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$

dat is om dat de selve buyten de Keghel-sneede valt

$$\infty \sqrt{qr + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}.$$

De rechte zijde is dan ghelijck

$$\frac{4qy + 4yy + qr + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}{\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}}$$

So is dan den rechthoeck DF, FC, tot 'et vierkant op FE, als 't vierkant op CD tot 'et vierkant op PR.

De differentie der vierkanten op de ordentlijcke middel-linien

is dan ∞ $qq - qr$, waer uyt volght, dat de differentie der vierkanten op alle de ordentlijcke middel-linien malkander ghelijck zijn.

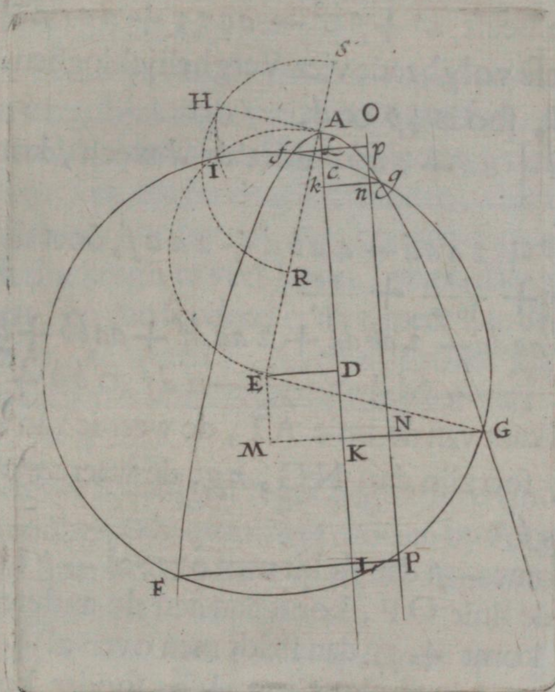
En wanneer q is ∞ r, dan zijn alle de ordentlijcke middel-linien malkander gelijck, maer anders altijdt ongelijck. Anders: ſoo men K M ſteldt ∞ z, dan is M C ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$. Nu als A K ∞ $\frac{1}{2}q$ tot K W ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr}$, alſoo K M ∞ z, tot K S ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$. En wanneer men ſteldt K S ∞ x, dan is S R ∞ $\sqrt{\frac{q}{r}xx - \frac{1}{4}qq}$, ſteldt $\frac{r}{q}zz$ in de plaets van xx, komt S R ∞ $\sqrt{zz - \frac{1}{4}qq}$ ſoo is C K ∞ $\sqrt{zz + \frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, K R ∞ $\sqrt{zz + \frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qq}$, en z is dan ∞ $y + \frac{1}{2}q$. Den rechthoeck T S, S W is ∞ het vierkant op C M, en den rechthoeck G M, M A ∞ het vierkant op S R. Treckt A B ∞ $\frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q + y}$ van A K ∞ $\frac{1}{2}q$ reſt B K ∞ $\frac{\frac{1}{4}qq}{\frac{1}{2}q + y}$ ofte $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$.

Multipliceert K B met K S ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$, komt het parallelegram K C X R ∞ $\sqrt{\frac{1}{16}q^3 r}$, en ſo veel ſalder mede komen wanneer men A K ∞ $\frac{1}{2}q$ multipliceert met K W ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr}$, waer uyt volght dat alle de parallelegrammen die aldus in den Hyperbole beſchreven worden malkander gelijck zijn.

In 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 56, wordt gevonden, hoe men een verghelijckingh van drie of vier Dimenſien, van welck de tweede term ontbreeckt kan ontbinden door een Parabole en een rondt. Maer ſoo men dat begeerde te doen, ſonder dat de tweede term ontbreeckt, dan ſou m'er noch een quantiteyt om te vinden moeten by voegen, om datter dan noch een vergelijckingh meer komt, gelijck hier volght.

Treckt evenwijdigh met den aſs noch een linie als O P, ſteldt K N ∞ d, en N G ∞ z, ſo is K G ∞ x ∞ $d + z$, dit ſteldt in de

plaets



plaets van x, 't vierkant in de plaets van xx, en so voorts (maer wanneer K is tusschen N en G, dan steldt men $z - d$ in de plaets van x) soo bekomt men voor

$$\begin{array}{llll} x^4 \; * & -2abxx & +2aafx & +aabb \;\infty\; 0 \\ & +aaxx & & +aaff \\ & & & -aahh \end{array}$$

dese volghende verghelijckingh.

$$\begin{array}{lllll} z^4 + 4dz^3 & +6ddzz & +4d^3z & + & d^4 \;\infty\; 0 \\ & +aazz & +2aadz & + & aadd \\ & -2abzz & -4abdz & - & 2abdd \\ & & +2aafz & + & 2aadf \\ & & & + & aabb \\ & & & + & aaff \\ & & & - & aahh. \end{array}$$

Soo men dan heeft $z^4 + pz^3 - aqzz + aarz + a^3s \infty 0$, ſoo zijnder deſe volghende vier Verghelijckinghen.

$p \infty 4d$, ſoo is $\frac{1}{4}p \infty d$.

$-aq \infty 6dd + aa - 2ab$, doet de d wech, komt $b \infty \frac{3pp}{16a} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}q$.

$aar \infty 4d^3 + 2aad - 4abd + 2aaf$, doet de d en b wech, komt $f \infty \frac{1}{2}r + \frac{p^3}{16aa} + \frac{pq}{4a}$.

$a^3s \infty d^4 + aadd - 2abdd + 2aadf + aabb + aaff - aahh$, ſoo is $as - \frac{d^4}{aa} - dd + 2\frac{bdd}{a} - 2df \infty bb + ff - hh$, dat is ∞ het vierkant van de linie AI, de weerde van d, b, en f zijn ghevonden, ſoo zijn dan NG, ng, de waere wortelen, en de valſche FP, fp.

Sooder komt $-p$ dan ſteldt men over-al $-p$ in de plaets van $+p$, ende de linie OP, komt dan aen de andere zijde van den aſs, ſooder komt $+q$, dan ſteldt men over-al $+q$ in de plaets van $-q$, en $-q$ in de plaets van $+q$, ſooder komt $-r$, dan ſteldt men $-r$ in de plaets van $+r$, en ſooder komt $-s$, dan ſteldt men $-s$ in de plaets van $+s$.

Wanneer de leſte term s is $\infty 0$, dan komt de linie OP in 't punt van de deurſnijdinghe g, 't welck betoont dat de vergelijckingh maer drie Dimenſien heeft.

In 't beſluyt van de Gront der Meet-konſt pag: 58, is een reecken-fout op lin 5, alwaer ſtaet $\frac{2kfll}{mm}x$, 't welck weſen moet $\frac{4kfll}{mm}x$, ſoo datter verſcheyden fouten uyt gheſproten zijn, en men moet pag: 59, ſtellen: de rechte zijde $\dfrac{\frac{4rr}{pp} + 4s}{\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp + q}$, $CD \infty \frac{l+1}{l}\sqrt{\frac{4rr}{p} + s}$, $CR \infty \frac{lr+r}{pl} - \frac{1}{4}$, $k \infty \frac{rm}{pl}$.

In de Stel-konſt pag: 47. is mede een ſchrijf-fout, op lin 24,

alwaer

alwaer ſtaet, geen termen ontbroocken hebben, 't welck weſen moet, gheen ingebeelde wortels zijn.

Soo men in 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 59, begheerde een vergelijckingh van vier Dimenſien, door een gegheven Hyperbole, (dat is een Hyperbole van welck a en l beyde gegheven zijn,) en een rondt te ontbinden, dan ſoude de uytwerckingh die aldaer ghedaen is, niet konnen dienen, om datter dan een verghelijckingh te veel komt, want daer zijn vier Verghelijckinghen, en dan ſoudend'er niet meer dan drie onbekende quantiteyten zijn, te weten f, k, en n, ſoo dat het maer alleen ſoude konnen dienen in die verghelijckingh alwaer $-q$ komt ∞ $\frac{2kl}{m} + 4\frac{ffll}{mm} - 4\frac{nnla}{mm}$.

So men evenwel ſodanigen regel begeerde te vinden, dan ſoum'er noch een onbekende quantiteyt moeten by voeghen, als by voorbeeldt dat men ſteldt $x \infty y + d$, en dan over-al de x wech doet, ſoo krijght men in de plaets van

$$\begin{array}{llllll}
x^4 + 4\frac{fl}{m}x^3 & + \frac{2kl}{m}xx & + 4\frac{fkll}{mm}x & + \frac{kkll}{mm} & \infty\, 0 \\
 & + \frac{4ffll}{mm}xx & & - \frac{nnllaa}{mm} & \\
 & - \frac{4nnla}{mm}xx & & &
\end{array}$$

deſe volghende Verghelijckingh

$$\begin{array}{llllll}
y^4 + 4d\,y^3 & + 6\,dd\,yy & + 4\,d^3\,y & + d^4 & \infty\, 0, \\
+ 4\frac{fl}{m}y^3 & + 12\frac{dfl}{m}yy & + 12\frac{ddfl}{m}y & + 4\frac{d^3fl}{m} & \\
 & + 2\frac{kl}{m}yy & + 4\frac{dkl}{m}y & + 2\frac{ddkl}{m} & \\
 & + 4\frac{ffll}{mm}yy & + 8\frac{dffll}{mm}y & + 4\frac{ddffll}{mm} & \\
 & - 4\frac{nnla}{mm}yy & - 8\frac{dnnla}{mm}y & - 4\frac{ddnnla}{mm} & \\
 & & + 4\frac{kfll}{mm}y & + 4\frac{dkfll}{mm} & \\
 & & & + \frac{kkll}{mm} & \\
 & & & - \frac{nnllaa}{mm} &
\end{array}$$

Soo men dan heeft $y^4 + py^3 - qyy + ry - s \infty 0$, dan

zijn der vier Verghelijckinghen, en vier onbekende quantiteyten, te weten d, n, f, en k.

Dese quantiteyten ghevonden hebbende, soo steldt CQ ∞ d, CD ∞ n, DE ∞ f, en den half-middel-lijn des rondts ∞ h,

want als k, bekendt is, dan is h, mede bekendt, alsoo k is ∞ $nn + ff - hh + \frac{1}{4}aa$, soo zijn NG, ng, de waere wortelen, en FP, fp, de valsche, en AC is ∞ $\frac{1}{2}a$ de halve dwersche.

De quantiteyten d, k, f, en n, worden ghevonden als volght:

In de eerste Verghelijckingh is $p \infty 4d + 4\frac{fl}{m}$, so komt $\frac{1}{4}p - \frac{fl}{m} \infty d$, doet in de andere drie verghelijckinghen over-al de d wech, soo heeft men

$$-q \infty \tfrac{3}{8}pp - 2\frac{ffll}{mm} + 2\frac{kl}{m} - 4\frac{nnla}{mm}, \text{ soo is } \frac{ffl}{m} + 2\frac{nna}{m} - \tfrac{1}{2}\frac{qm}{l} - \tfrac{3}{16}\frac{ppm}{l} \infty k.$$

$$+r \infty \tfrac{1}{16}p^3 - \frac{pffll}{mm} + \frac{pkl}{m} - \frac{2pnnla}{mm} + 8\frac{fllnna}{m^3}.$$

$$-s \infty \tfrac{1}{256}p^4 - \tfrac{1}{8}\frac{ppffll}{mm} + \tfrac{1}{8}\frac{ppkl}{m} - \tfrac{1}{4}\frac{ppnnla}{mm} + 2\frac{pfllnna}{m^3} + \frac{kkll}{mm} - \frac{nnllaa}{mm} - 2\frac{kffl^3}{m^3} + \frac{f^4l^4}{m^4} - 4\frac{nnffl^3a}{m^4}.$$

Doet nu in de derde en vierde verghelijckingh de k wech, komt

$$+r \infty \frac{8fllnna}{m^3} - \tfrac{1}{2}pq - \tfrac{1}{8}p^3, \text{ soo is } \frac{\tfrac{1}{2}pqm^3 + \tfrac{1}{8}p^3m^3 + rm^3}{8llnna} \infty f.$$

$$-s \infty \tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{8}ppq + \tfrac{1}{64}p^4 - 2\frac{qnnal}{mm} - \tfrac{3}{4}\frac{ppnnal}{mm} - 4\frac{nnffl^3a}{m^4} - \frac{nnllaa}{mm} + 4\frac{n^4aall}{m^4} + \frac{2pfllnna}{m^3}.$$

Dan doet in de vierde verghelijckingh de f wech, komt

$$-s \infty \tfrac{1}{4}ppq + \tfrac{3}{64}p^4 + \tfrac{1}{4}pr + \tfrac{1}{4}qq - \frac{\tfrac{1}{4}ppqqmm}{16lnna} - \frac{\tfrac{1}{8}p^4qmm}{16lnna} - \frac{pqrmm}{16lnna} - \frac{\tfrac{1}{64}p^6mm}{16lnna} - \frac{\tfrac{1}{4}p^3rmm}{16lnna} - \frac{rrmm}{16lnna} - \frac{2qnnal}{mm} - \frac{\tfrac{3}{4}ppnnal}{mm} - \frac{nnllaa}{mm} + \frac{4n^4aall}{m^4}.$$

Dit ghereduceert, komt

$$\begin{array}{llll}
n^6 - \tfrac{1}{2}\frac{qmm}{al}\,n^4 & + \tfrac{1}{16}\frac{ppqm^4}{aall}\,nn & - \tfrac{1}{256}\frac{ppqqm^6}{l^3a^3} & \infty\ 0 \\
\quad - \tfrac{3}{16}\frac{ppmm}{al} & + \tfrac{1}{256}\frac{p^4m^4}{aall} & - \tfrac{1}{512}\frac{p^4qm^6}{l^3a^3} & \\
\quad - \tfrac{1}{4}mm & + \tfrac{1}{16}\frac{prm^4}{aall} & - \tfrac{1}{64}\frac{pqrm^6}{l^3a^3} & \\
 & + \tfrac{1}{16}\frac{qqm^4}{aall} & - \tfrac{1}{4096}\frac{p^6m^6}{l^3a^3} & \\
 & + \tfrac{1}{4}\frac{sm^4}{aall} & - \tfrac{1}{256}\frac{p^3rm^6}{l^3a^3} & \\
 & & - \tfrac{1}{64}\frac{rrm^6}{l^3a^3} &
\end{array}$$

De weerde van n ghevonden hebbende ſoo is bekendt f, dan k, en d, de wortels van nn, konnen hier ghedivideert worden door $\frac{mm}{al}$, en dan kan noch de leſte term ſonder overſchot ghedivideert worden, door $\frac{1}{64}pp + \frac{1}{16}q$, $+ \frac{1}{8}rp$, en daer ſal komen $- \frac{1}{64}p^4 - \frac{1}{16}ppq - \frac{1}{8}pr$.

Met de teeckens $+$ en $-$, gaet het als volght: Sooder quam $+s$, dan ſteldt men $+s$, in de plaets van $-s$, en $-s$ in de plaets van $+s$, ſooder komt $-r$, dan ſteldt men $-r$, in de plaets van $+r$, en $+r$ in de plaets van $-r$, 't vierkant van r blijft het ſelfde, om dat $-$ met $-$ ghemultipliceert $+$ maeckt, en alſo met de andere teeckens.

Wanneermen heeft $-p$, dan komt QP aen de ſlincker zijde van CD, en wanneer f doet een $-$ ghetal, dan ſteldt men DE aen de rechter zijde van CD.

Voorts wanneer eenighe term nul is, dat gheeft altijdt lichtigheydt, want in wat voor quantiteyt, ſoodanighen letter ghevonden wordt, ſoo doet de ſelfde mede nul. Ghelijck ſoo men ſteldt dat de tweede term p is $\infty\ 0$, ſo heeft men $- \frac{fl}{m} \infty\ d$, dat is QP aen de ſlincker zijde van CD.

$$\frac{ffl}{m} + \frac{2nna}{m} - \frac{1}{2}\frac{qm}{l} \infty\ k. \qquad \frac{rm^3}{8llnna} \infty\ f.$$

$$n^6 \begin{matrix} -\frac{1}{2}\frac{qmm}{al} \\ -\frac{1}{4}mm \end{matrix}\ n^4 \begin{matrix} +\frac{1}{16}\frac{qqm^4}{aall} \\ +\frac{1}{4}\frac{sm^4}{aall} \end{matrix}\ nn - \frac{1}{64}\frac{rrm^6}{a^3l^3} \infty\ 0,$$

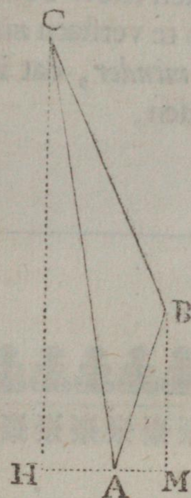
en alſoo met andere.

Volght tot beſluyt een Werck-ſtuck.

Op de Noorder-polus hooghte van 52 graden 20 minuten, de Son ghedeclineert zijnde noordelijck 20 graden, begheere ick perpendiculaer op te rechten, op een waterpas veldt drie Stocken A, B, en

B, en C, van welcke A langh sal zijn 10 *voeten, soodanigh dat op dien selfden dagh, het uyterste der schaduwe van den stock A passeere door de punten B en C, die van den stock B, door de punten A en C, en die van den stock C, door de punten A en B, men vraeght hoe langh de stocken B en C sullen moeten zijn, mede hoe verre en op wat streeck de stocken van malkander moeten staen.*

Antwoordt. Dit Werck-stuck kan veelderley uytkomsten hebben, van welcke hier driederley volgen.



Ten eersten, De lenghte der stocken B, 2. 008 voeten, en C 19. 874 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 5. 201 voeten, AM 4. 210 voeten. De rechthoeckighe Linien HC 30. 416 voeten, en BM 11. 259 voeten.

Ten tweeden, De lenghte der stocken B, 1. 794 voeten, en C 15 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 2. 634, en AM 4. 323 voeten. De rechthoeckighe Linien HC 25. 859 voeten, en BM 10. 915 voeten.

Ten derden, De lenghte der stocken B 1. 488 voeten, en C 10 voeten, wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 0, en AM 4. 484 voeten. De rechthoeckighe Linien HC, 20. 873 voeten, en BM, 10. 436 voeten.

Fouten te verbeteren.

PAg. 13, lin. 9, ſtaet *dan*, leeſt, *dat*. Pag. 18, lin. 17, ſtaet DE, leeſt CE. Pag. 24, moet d'eerſte Figuer de tweede zijn. Pag. 43, lin. 5, ſtaet *laeter*, leeſt *laet*. Pag. 84, lin. 4, ontbreeckt, *en dat de raeck-punten M en F met 't center D in een rechte linie zijn*. Pag. 87, lin. 19 en 20, ſtaet $\frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}$, leeſt $\frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}$. Pag. 92, lin. 16, ſtaet *gedivideer*, leeſt *gedivideert*. Pag. 138, lin. 10, ſtaet *van*, leeſt *vanden*. Pag. 156, lin. 28, ſtaet *verander*, leeſt *verandert*. De reſt van de fouten die daer-en-boven bevonden worden, kan yder voor hem ſelfs verbeteren.

Men moet bemercken dat pag. 8, lin. 11 en 27 ſtaet *grooter*, dat is te verſtaen *niet minder*. Pag. 20, lin. 13, pag. 21, lin. 19, ſtaet *minder*, dat is te verſtaen *niet meerder*, en alſoo op andere plaetſen.



TE HAERLEM,

Gedruckt by *Iſaac van Wesbuſch*, Boeck-drucker in de korte Zijl-ſtraet, inde groote Druckery, ANNO 1663.



